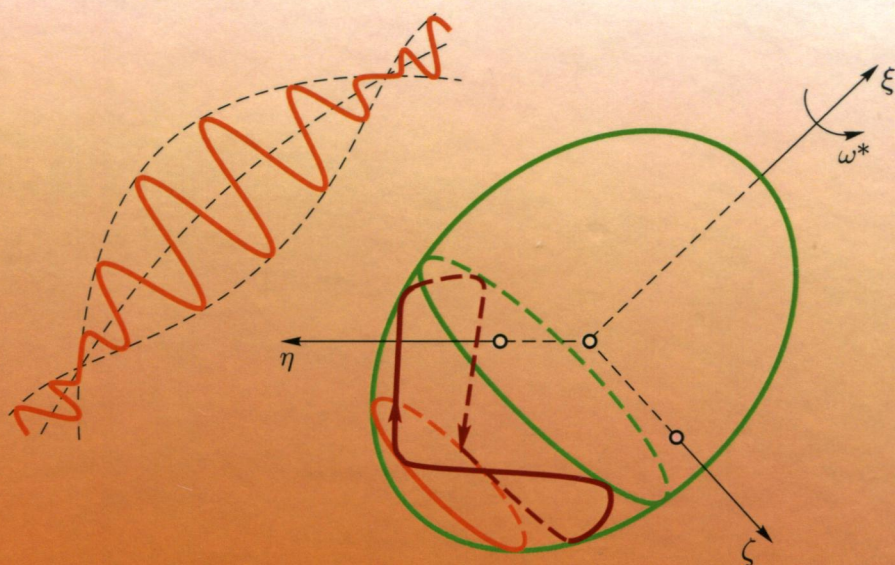


А. П. Маркеев

# ДИНАМИКА ТЕЛА, СОПРИКАСАЮЩЕГОСЯ С ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ



УДК 531.36  
ББК 22.251  
М 266



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 14-01-07005

*Издание РФФИ не подлежит продаже*

**Маркеев А. П.**

Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. — М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014. — 496 с.

Систематически изложены основные задачи, методы и результаты динамики тел, соприкасающихся с твердой поверхностью. Подробно рассмотрена динамика твердого тела на абсолютно шероховатой поверхности, а также на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости с сухим или вязким трением скольжения. Изучен ряд задач о движении тела с полостью, содержащей жидкость, на неподвижной горизонтальной поверхности. Проведено исследование динамики твердого тела при наличии его соударений с абсолютно гладкой плоскостью.

Для специалистов в области гироскопии, динамики твердого тела и аналитической механики, а также студентов старших курсов и аспирантов университетов и вузов.

Табл. 1. Ил. 52. Библиогр. 324 назв.

**ISBN 978-5-4344-0163-0**

**ББК 22.251**

© А. П. Маркеев, 2014

© Ижевский институт компьютерных исследований, 2014

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

<b>Предисловие к первому изданию</b> . . . . .	7
<b>Введение</b> . . . . .	9
<b>ГЛАВА 1. Предварительные сведения из механики</b> . . . . .	21
1.1. Некоторые понятия и формулы кинематики твердого тела . . . . .	21
1.2. Движение тела по поверхности. Трение . . . . .	26
1.3. Основные динамические величины твердого тела . . . . .	28
1.4. Основные теоремы динамики . . . . .	35
1.5. Уравнения движения твердого тела . . . . .	40
1.6. Движение Эйлера–Пуансо . . . . .	45
1.7. Некоторые дифференциальные уравнения аналитической динамики . . . . .	53
<b>ГЛАВА 2. Исследование движения тяжелого твердого тела на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости</b> . . . . .	62
2.1. Уравнения движения . . . . .	62
2.2. Движение динамически и геометрически симметричного тела . . . . .	71
2.3. Качественный анализ движения тела, близкого к симметричному . . . . .	87
2.4. Перманентные вращения твердого тела на гладкой плоскости . . . . .	93
2.5. Некоторые задачи динамики эллипсоида на гладкой плоскости . . . . .	102
2.6. Движение тела с острым краем . . . . .	125
2.7. О бифуркационном множестве в задаче о движении твердого тела по плоскости . . . . .	142
<b>ГЛАВА 3. Движение твердого тела по неподвижной абсолютно шероховатой поверхности</b> . . . . .	147
3.1. Уравнения движения . . . . .	147
3.2. Движение тела сферической формы по неподвижной поверхности . . . . .	176
3.3. Движение тела вращения по неподвижной поверхности . . . . .	200

3.4.	Тело с острым краем на неподвижной поверхности . . . . .	226
3.5.	Перманентные вращения тяжелого твердого тела на абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости . . . . .	246
3.6.	Динамика кельтского камня . . . . .	254
3.7.	Простейшие случаи движения однородного эллипсоида по абсолютно шероховатой плоскости . . . . .	268
3.8.	Периодические движения эллипсоида, близкого к шару . . . . .	274
3.9.	Асимптотическое решение задачи о движении однородного эллипсоида по абсолютно шероховатой плоскости . . . . .	291
3.10.	К геометрической интерпретации Пуансо движения твердого тела в случае Эйлера . . . . .	303
<b>ГЛАВА 4. Твердое тело на неподвижной горизонтальной плоскости при наличии трения скольжения . . . . . 307</b>		
4.1.	Тяжелый шар на плоскости при наличии трения . . . . .	307
4.2.	Стационарные движения тела вращения . . . . .	318
4.3.	Финальные движения твердого тела на плоскости с вязким трением . . . . .	344
4.4.	Эволюция движения волчка сферической формы на плоскости с вязким трением . . . . .	350
4.5.	Асимптотический анализ динамики эллипсоида на плоскости с трением скольжения . . . . .	360
4.6.	Шар Чаплыгина на плоскости с трением скольжения . . . . .	374
<b>ГЛАВА 5. Тело с полостью, содержащей жидкость, на неподвижной горизонтальной плоскости . . . . . 382</b>		
5.1.	Устойчивость вращения волчка с полостью, наполненной жидкостью . . . . .	383
5.2.	Колебания тела с эллипсоидальной полостью, содержащей жидкость, на абсолютно шероховатой плоскости . . . . .	395
5.3.	Интегрируемость задачи о качении шара с многосвязной полостью, заполненной идеальной жидкостью . . . . .	401
<b>ГЛАВА 6. Некоторые задачи динамики твердого тела с неудерживающей связью . . . . . 405</b>		
6.1.	Исследование устойчивости вращения твердого тела при наличии соударений с неподвижной горизонтальной плоскостью . . . . .	405
6.2.	Об устойчивости периодического движения твердого тела, соударяющегося с вибрирующей плоскостью . . . . .	419

6.3. Уравнения Гамильтона для систем с идеальной неустойчивой связью . . . . .	423
6.4. Качественный анализ некоторых случаев движения тела над горизонтальной плоскостью . . . . .	427
<b>Литература</b> . . . . .	<b>440</b>
<i>А. В. Борисов, И. С. Мамаев, С. П. Кузнецов. Сложная динамика кельтского камня, хаос и странные аттракторы</i> . . . . .	<b>463</b>
<b>Список рекомендуемой литературы</b> . . . . .	<b>493</b>