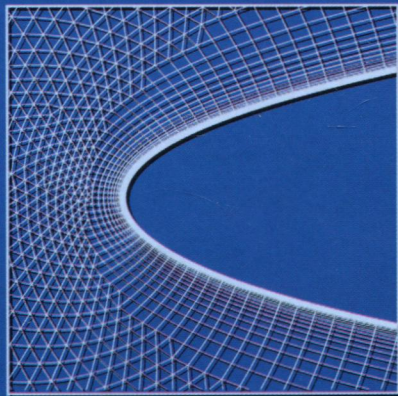
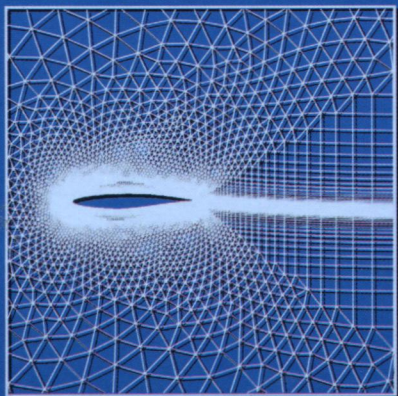
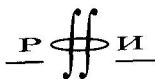


МЕТОДЫ УСКОРЕНИЯ
ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ
НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ



УДК 532.529
ББК 22.253
М 54



*Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных
исследований по проекту 13-08-07026,
не подлежит продаже*

Авторский коллектив:
Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н., Карпенко А.Г.,
Козелков А.С., Тетерина И.В.

Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках / Под ред. проф. В.Н. Емельянова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 536 с. — ISBN 978-5-9221-1542-1.

Развиваются методы ускорения сходимости итерационного процесса, основанные на использовании геометрических и алгебраических многосеточных технологий, предобусловливании уравнений Навье–Стокса при моделировании низкоскоростных течений и модификации метода пристеночных функций в расчетах турбулентных течений. Обсуждаются методы ускорения газодинамических расчетов с помощью параллелизации и векторизации вычислений на массивно-параллельных компьютерах и графических процессорах общего назначения, а также методы декомпозиции расчетной области и методы балансировки нагрузки процессоров.

Для специалистов в области механики жидкости и газа, вычислительной газовой динамики, аэрокосмической техники и энергомашиностроения, а также для магистрантов и аспирантов соответствующих специальностей.

ISBN 978-5-9221-1542-1

© ФИЗМАТЛИТ, 2013
© Коллектив авторов, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

ведение	8
глава 1. Дискретизация уравнений Навье–Стокса на неструктурированных сетках.	14
1.1. Основные уравнения.	15
1.2. Метод конечных объемов	16
1.2.1. Характеристики контрольных объемов и граней (17).	
1.2.2. Дискретное представление (19).	
1.3. Расчет потоков через грани контрольного объема	22
1.3.1. Внутренние грани (22). 1.3.2. Граничные грани (23).	
1.4. Невязкие потоки	24
1.4.1. Схема MUSCL (24). 1.4.2. Расчет псевдо-лапласиана (26).	
1.4.3. Расчет градиента (27). 1.4.4. Схема Чакраварти–Ошера (28).	
1.5. Вязкие потоки.	30
1.6. Дискретизация по времени	32
1.6.1. Основные уравнения (32). 1.6.2. Схемы Эйлера (33).	
1.6.3. Многошаговые методы Рунге–Кутты (34). 1.6.4. Структура многошаговых схем (36). 1.6.5. Шаг по времени (39).	
1.7. Уравнения модели турбулентности	40
1.7.1. Уравнения в консервативных переменных (40). 1.7.2. Модель Спаларта–Аллмараса (43). 1.7.3. Диссипативная модель (46).	
1.8. Метод пристеночных функций	50
1.8.1. Структура пограничного слоя (50). 1.8.2. Закон стенки (53).	
1.8.3. Особенности реализации (56).	
1.9. Слабые граничные условия	58
1.10. Влияние градиента давления и вдува на турбулентный теплообмен плоской пластины	60
1.11. Турбулентное течение в межлопаточном канале компрессора.	67
глава 2. Геометрические многосеточные методы	75
2.1. Классические итерационные методы	76
2.1.1. Обзор методов (76). 2.1.2. Методы релаксационного типа (78). 2.1.3. Методы Крылова (81). 2.1.4. Предобуславливание (81). 2.1.5. Сравнение различных подходов (82).	
2.2. Многосеточные технологии	82
2.3. Сравнительная характеристика многосеточных методов	90
2.4. Уравнения и операторы.	93
2.4.1. Основные идеи (93). 2.4.2. Операторы продолжения и ограничения (95). 2.4.3. Сглаживающая процедура (98). 2.4.4. Дискретизация уравнений (105). 2.4.5. Предобуславливание (106).	
2.4.6. Параллелизация (107).	

2.5. Шаги реализации.	109
2.5.1. Двухсеточный метод (110). 2.5.2. Основной многосеточный метод (112). 2.5.3. Фиксированный многосеточный цикл (114). 2.5.4. Адаптивный многосеточный цикл (116). 2.5.5. Полный многосеточный метод (118).	
2.6. Построение вложенных сеток.	119
2.6.1. Структурированные сетки (119). 2.6.2. Независимые сетки (122). 2.6.3. Метод измельчения (123). 2.6.4. Метод агломерации (123). 2.6.5. Метод огрубления (128). 2.6.6. Другие подходы (132). 2.6.7. Сравнительная характеристика (132).	
2.7. Особенности реализации.	133
2.7.1. Многосеточный цикл (133). 2.7.2. Последовательность сеток (135).	
2.8. Пакеты и библиотеки	136
2.9. Применение многосеточного метода для решения модельных уравнений.	137
2.9.1. Уравнение Пуассона (137). 2.9.2. Уравнение конвективно-диффузионного переноса (147). 2.9.3. Нелинейное уравнение (148).	
2.10. Результаты расчетов.	149
2.10.1. Обтекание профиля NASA-0012 (149). 2.10.2. Обтекание профиля RAE-2822 (153).	
Глава 3. Алгебраические многосеточные методы.	158
3.1. Уравнения и операторы.	159
3.1.1. Основные идеи (159). 3.1.2. Шаги реализации (162). 3.1.3. Показатели эффективности (165). 3.1.4. Распараллеливание (166).	
3.2. Построение C/F разбиения.	168
3.2.1. Основные идеи (169). 3.2.2. Метод стандартного огрубления (170). 3.2.3. RS-метод (175). 3.2.4. Метод теории графов (178). 3.2.5. Метод агрессивного огрубления (182). 3.2.6. Метод агрегации (183). 3.2.7. Параллельные методы (185).	
3.3. Классические методы	194
3.3.1. Основные идеи (194). 3.3.2. Интерполяция (195). 3.3.3. Выбор параметров (206).	
3.4. Сглаживание.	207
3.4.1. Параллельные итерационные схемы (207). 3.4.2. Гибридные сглаживатели (208). 3.4.3. Многоцветные методы (208). 3.4.4. Полиномиальные сглаживатели (208). 3.4.5. Другие сглаживатели (208).	
3.5. Методы, использующие F -релаксацию	209
3.6. Методы агрегации	210
3.7. Решение систем уравнений	215
3.8. Пакеты и библиотеки	216
3.9. Особенности реализации.	219
3.9.1. Хранение векторов и матриц (219). 3.9.2. Хранение разреженных матриц (220). 3.9.3. Шаг инициализации (223). 3.9.4. Шаг решения (223). 3.9.5. Метод огрубления сетки (224).	

3.9.6. Метод интерполяции (225).	3.9.7. Метод сглаживания (225).	
3.9.8. Прямой метод решения (225).		
3.10. Применение многосеточного метода для решения модельных уравнений.		226
3.10.1. Решение уравнения Пуассона методом конечных разностей (226).	3.10.2. Сравнение сглаживающих методов (237).	
3.10.3. Неизотропное уравнение Пуассона (240).	3.10.4. Уравнение конвективно-диффузионного переноса (243).	
	3.10.5. Неизотропное уравнение Пуассона в случае вращательной симметрии (248).	
	3.10.6. Решение уравнение Пуассона методом конечных элементов (250).	
3.11. Результаты расчетов.		254
Глава 4. Предобусловливание уравнений Навье–Стокса при малых числах Маха		256
4.1. Моделирование низкоскоростных течений		257
4.2. Расчеты при малых числах Маха		260
4.3. Блочный метод предобусловливания Якоби		263
4.3.1. Выбор шага по времени (263).	4.3.2. Скалярное и блочное предобусловливание (264).	
	4.3.3. Построение матрицы предобусловливания (265).	
4.4. Метод, основанный на использовании физических переменных		271
4.4.1. Особенности дискретизации (271).	4.4.2. Матрица предобусловливания (272).	
	4.4.3. Расчет потоков (274).	
	4.4.4. Метод установления (276).	
4.5. Метод двойных шагов по времени		276
4.5.1. Расчет нестационарных течений (277).	4.5.2. Особенности дискретизации (278).	
	4.5.3. Метод предобусловливания (278).	
	4.5.4. Интегрирование по времени (279).	
4.6. Низкоскоростное обтекание профиля NASA-0012		283
4.7. Решение тестовых задач газовой динамики		285
4.7.1. Течение в сопле (286).	4.7.2. Течение в канале с сужением (289).	
4.8. Свободная конвекция между коаксиальными цилиндрами		292
Глава 5. Параллельные вычислительные технологии и балансировка нагрузки процессоров		299
5.1. Требования к параллельным алгоритмам и их реализации		300
5.2. Схема решения задачи		304
5.3. Хранение данных.		305
5.4. Способы разбиения		306
5.5. Характеристики производительности.		309
5.5.1. Теоретический анализ (309).	5.5.2. Расчетные оценки (312).	
5.6. Балансировка нагрузки процессоров		315
5.6.1. Декомпозиция области (315).	5.6.2. Стратегия балансировки (318).	
	5.6.3. Методы теории графов (322).	
	5.6.4. Методы балансировки (325).	
	5.6.5. Геометрические алгоритмы (326).	
	5.6.6. Комбинаторные методы (329).	
	5.6.7. Другие методы (335).	
	5.6.8. Методы динамической балансировки (341).	

5.7. Синхронизация шага по времени	350
5.8. Распараллеливание отдельных частей вычислительного алгоритма	352
5.8.1. Вычисление частных сумм (352). 5.8.2. Умножение матрицы на вектор (354). 5.8.3. Умножение матрицы на матрицу (355). 5.8.4. Умножение ленточных матриц (356). 5.8.5. Возведение в степень блочно-диагональных матрицы (358). 5.8.6. Метод LU-разложения (360). 5.8.7. Метод QR-разложения (362). 5.8.8. Метод Якоби (364).	
5.9. Параллельные итерационные методы.	365
5.9.1. Решение дифференциальных уравнений в частных производных (365). 5.9.2. Общая структура (367). 5.9.3. Метод Якоби (368). 5.9.4. Метод Гаусса–Зейделя (369). 5.9.5. Метод последовательной верхней релаксации (372). 5.9.6. Сравнение различных подходов (373). 5.9.7. Решение уравнения Пуассона (374). 5.9.8. Течение в каверне с подвижной стенкой (375).	
5.10. Реализация векторизованных алгоритмов решения краевых задач	377
5.10.1. Адресация к значениям сеточной функции (377). 5.10.2. Вычисление производных (382). 5.10.3. Формулировка краевой задачи (384). 5.10.4. Граничные условия (385). 5.10.5. Вектора вычислительных переменных (385). 5.10.6. Формулы перехода (386). 5.10.7. Разностная схема в вычислительных переменных (388). 5.10.8. Метод прогонки (388).	
Глава 6. Применение графических процессоров для расчета течения жидкости и газа	390
6.1. Центральные и графические процессоры	391
6.2. Графические процессоры с параллельной архитектурой.	394
6.3. Устройство графических процессоров	395
6.4. Скорость доступа к памяти	397
6.5. Модель программирования	398
6.6. Структура памяти	401
6.7. Распределение данных	405
6.8. Вычисления с различной точностью	406
6.9. Схема решения задачи	407
6.10. Технологии программирования.	410
6.10.1. Средства графического программирования (410). 6.10.2. Низкоуровневые технологии (411). 6.10.3. Высокоуровневые технологии неграфических вычислений (412). 6.10.4. Сравнение различных технологий (413).	
6.11. Технология CUDA	413
6.12. Области применения.	416
6.13. Особенности реализации.	427
6.13.1. Организация кода (427). 6.13.2. Типы данных (428). 6.13.3. Размещение векторов в памяти (428). 6.13.4. Использование памяти (428). 6.13.5. Объединение запросов (429). 6.13.6. Пересечение нитей (430). 6.13.7. Условный оператор (431). 6.13.8. Разностная схема (432). 6.13.9. Решение уравнения Лапласа (435). 6.13.10. Схема расщепления (437).	

6.14. Многосеточный метод	442
6.14.1. Геометрический многосеточный метод (442). 6.14.2. Алгебраический многосеточный метод (446).	
6.15. Модельные задачи	448
6.15.1. Конвекция в каверне (448). 6.15.2. Течение в каверне с подвижной стенкой (449).	
6.16. Метод конечных объемов	450
6.16.1. Основные уравнения (450). 6.16.2. Особенности дискретизации (451). 6.16.3. Расчет потоков (452). 6.16.4. Повышение точности (455).	
6.17. Особенности реализации.	456
6.17.1. Схема решения задачи (456). 6.17.2. Разбиение данных (457). 6.17.3. Размещение векторов в памяти (457). 6.17.4. Расчет потоков (458). 6.17.5. Организация кода (458).	
6.18. Модельные задачи газовой динамики	462
6.18.1. Задача Сода (462). 6.18.2. Ударная труба (463). 6.18.3. Течение в канале (465). 6.18.4. Обтекание сферы (465).	
6.19. Реализация параллельных вычислений в пакете ЛОГОС	467
6.19.1. Пакеты газовой динамики (467). 6.19.2. Метод конечных объемов (469). 6.19.3. Модель турбулентности (470). 6.19.4. Расчет потоков и пересечение нитей (471). 6.19.5. Тестовые задачи (474). 6.19.6. Ускорение счета (479).	
Заключение	481
Приложение А. Линеаризация уравнений Навье–Стокса	483
А.1. Примитивные, консервативные и симметризованные переменные	483
А.2. Линеаризация уравнений в консервативных переменных.	484
А.3. Линеаризация уравнений в примитивных переменных	487
А.4. Линеаризация уравнений в симметризованных переменных.	490
А.5. Расчет невязких потоков.	491
Приложение Б. Предобусловливание уравнений Навье–Стокса	494
Б.1. Собственные векторы якобиана	494
Б.2. Расчет невязких потоков.	495
Приложение В. Структура матрицы предобусловливания	497
В.1. Физические и консервативные переменные.	497
В.2. Построение матрицы предобусловливания	498
В.3. Собственные значения и собственные вектора	500
Приложение Г. Метод двойных шагов по времени	503
Г.1. Структура вспомогательной матрицы.	503
Г.2. Схема Рунге–Кутты	504
Список литературы	505