

А. Ю. Жиров

**Топологическая  
сопряженность  
псевдоаносовских  
гомеоморфизмов**

А. Ю. Жиров

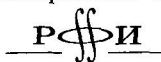
Топологическая сопряжённость  
псевдоаносовских гомеоморфизмов

Москва  
Издательство МЦНМО  
2013



УДК 517.925  
ББК 22.161.6+22.152  
Ж73

Издание осуществлено при поддержке РФФИ  
(издательский проект № 12-01-07016-д)



Научный редактор В. З. Гринес

**Жиров А. Ю.**

Ж73 Топологическая сопряжённость псевдоаносовских гомеоморфизмов. — М.: МЦНМО, 2013. — 368 с.

ISBN 978-5-4439-0213-5

Книга посвящена задаче о топологической сопряжённости отображений.

В монографии приводится её алгоритмическое решение для обобщённых псевдоаносовских гомеоморфизмов как ориентируемых, так и неориентируемых поверхностей. Это решение основано на рассмотрении марковских разбиений некоторого специального вида (ленточные разбиения) и на их описании посредством конечного набора данных (кода). Описывается универсальный способ построения обобщённого псевдоаносовского гомеоморфизма.

В качестве следствия рассматривается задача об алгоритмическом перечислении обобщённых псевдоаносовских гомеоморфизмов и строятся их примеры с заданными геометрическими и динамическими характеристиками.

Изложение сопровождается примерами, иллюстрирующими все рассматриваемые конструкции и алгоритмы.

ББК 22.161.6+22.152

Издание РФФИ не подлежит продаже.

*Алексей Юрьевич Жиров*

Топологическая сопряжённость псевдоаносовских  
гомеоморфизмов

Подписано в печать 09.10.2013 г. Формат 70 × 100  $\frac{1}{16}$ . Бумага офсетная.

Печать офсетная. Печ. л. 23. Тираж 400 экз. Заказ № 4350

Издательство Московского центра непрерывного математического образования  
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11. Тел. (499) 241-74-83.

Отпечатано в ППП «Типография «Наука»», 121099, Москва, Шубинский пер., 6

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,  
г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85.  
E-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru), <http://biblio.mccme.ru>

---

ISBN 978-5-4439-0213-5

© Жиров А. Ю., 2013  
© МЦНМО, 2013

# Оглавление

Введение . . . . .	6
<b>Глава 1. Топологическая сопряжённость диффеоморфизмов Аносова двумерного тора</b>	<b>14</b>
§ 1. Сопряжённость гиперболических автоморфизмов тора. Алгоритм Гаусса	15
§ 2. Марковские разбиения и геометрическая интерпретация алгоритма Гаусса	22
<b>Глава 2. Обобщённые псевдоаносовские гомеоморфизмы</b>	<b>36</b>
§ 3. Определение и простейшие свойства . . . . .	38
§ 4. Пример псевдоаносовского гомеоморфизма . . . . .	48
§ 5. Марковские разбиения и ленточные представления . . . . .	57
§ 6. Теоремы Дена—Нильсена и Тёрстона . . . . .	73
<b>Глава 3. Ленточные разбиения и коды</b>	<b>81</b>
§ 7. Перестройки ленточных разбиений . . . . .	85
7.1. Два типа перестроек ленточных разбиений. Примеры . . . . .	85
7.2. Перестройки второго типа . . . . .	86
7.3. Перестройки первого типа для простых ленточных разбиений . . . . .	90
7.4. Перестройки первого типа для ленточных разбиений, отвечающих инвариантному семейству особых слоёв . . . . .	93
§ 8. Коды обобщённых псевдоаносовских гомеоморфизмов . . . . .	95
8.1. Код относительно простого ленточного разбиения . . . . .	95
8.2. Код относительно произвольного ленточного разбиения . . . . .	100
8.3. Комбинаторная эквивалентность ленточных разбиений . . . . .	104
8.4. Конечные множества комбинаторно различных ленточных разбиений	107
§ 9. Первый алгоритм декодирования (алгоритм А) . . . . .	110
9.1. Копредставление фундаментальной группы поверхности, ассоции- рованное с простым ленточным разбиением . . . . .	110
9.2. Граф, ассоциированный с ленточным разбиением, и алгоритм А в общем случае . . . . .	117
<b>Глава 4. Построение полного инварианта и реализация для простых псевдоаносовских гомеоморфизмов</b>	<b>122</b>
§ 10. Второй алгоритм декодирования (алгоритм В) . . . . .	123
§ 11. Реализуемость формальных кодов и критерий топологической сопряжён- ности простых GPA-гомеоморфизмов . . . . .	141
§ 12. Полный инвариант топологической сопряжённости для простого GPA-го- меоморфизма . . . . .	156
12.1. Пересчёт кодов при перестройках первого типа . . . . .	157
12.2. Пересчёт кодов при перестройках второго типа . . . . .	163

<b>Глава 5. Перечисление и примеры простых псевдоаносовских гомеоморфизмов</b>	<b>180</b>
§ 13. Перечисление простых GPA-гомеоморфизмов . . . . .	180
§ 14. Дискретное достаточное условие реализуемости простого формального кода . . . . .	185
§ 15. Примеры . . . . .	196
15.1. Псевдоаносовские гомеоморфизмы замкнутых ориентируемых поверхностей . . . . .	196
15.2. Обобщённые псевдоаносовские гомеоморфизмы замкнутых ориентируемых поверхностей . . . . .	205
15.3. Псевдоаносовские гомеоморфизмы замкнутых неориентируемых поверхностей . . . . .	209
15.4. Обобщённые псевдоаносовские гомеоморфизмы замкнутых неориентируемых поверхностей . . . . .	214
<b>Глава 6. Как вычислить код по автоморфизму фундаментальной группы</b>	<b>219</b>
§ 16. Алгоритм Бествины—Хендела . . . . .	220
16.1. Исходные данные для алгоритма Бествины—Хендела . . . . .	220
16.2. Построение эффективного носителя . . . . .	224
16.3. Построение железнодорожного пути . . . . .	244
§ 17. Построение ленточного разбиения и вычисление кода . . . . .	254
<b>Глава 7. Построение полных инвариантов и реализация в общем случае</b>	<b>272</b>
§ 18. Формальные коды и алгоритм В в общем случае . . . . .	272
18.1. Формальные конфигурации . . . . .	272
18.2. Формальные коды . . . . .	277
18.3. Ленточные вложения и относительные коды . . . . .	282
18.4. Алгоритм В . . . . .	286
§ 19. Реализуемость формальных кодов и топологическая сопряжённость . . . . .	296
19.1. Реализуемость формального кода (общий случай) . . . . .	296
19.2. Топологическая сопряжённость. Как строить полные инварианты . . . . .	303
19.3. Как найти периодические сингулярные коды данного периода . . . . .	310
19.4. Вычисление множества всех кодов, отвечающих фиксированному набору особых слоёв . . . . .	337
§ 20. Ещё примеры . . . . .	343
<b>Приложение А. Матрицы пересечений и гомологии</b>	<b>353</b>
<b>Литература</b> . . . . .	<b>361</b>
<b>Предметный указатель</b> . . . . .	<b>364</b>