

УНИВЕРСИТЕТЫ РОССИИ



Г. Ю. Ризниченко

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МОДЕЛИ В БИОФИЗИКЕ И ЭКОЛОГИИ



СООТВЕТСТВУЕТ  
ПРОГРАММАМ  
ВЕДУЩИХ НАУЧНО-  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ  
ШКОЛ

**Юрайт**  
ИЗДАТЕЛЬСТВО  
biblio-online.ru

**Г. Ю. Ризниченко**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.  
МОДЕЛИ В БИОФИЗИКЕ  
И ЭКОЛОГИИ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ БАКАЛАВРИАТА  
И МАГИСТРАТУРЫ**

**Книга доступна в электронной библиотечной системе  
[biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)**

**Москва • Юрайт • 2017**

УДК 504(075.8)

ББК 28.080я73

Р49

**Автор:**

**Ризниченко Галина Юрьевна** — профессор, доктор физико-математических наук, профессор кафедры биофизики биологического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

**Ризниченко, Г. Ю.**

Р49 Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии : учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры / Г. Ю. Ризниченко. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 183 с. — Серия : Университеты России.

ISBN 978-5-534-03065-5

Серия «Университеты России» позволит высшим учебным заведениям нашей страны использовать в образовательном процессе учебники и учебные пособия по различным дисциплинам, подготовленные преподавателями лучших университетов России и впервые опубликованные в издательствах университетов. Все представленные в этой серии учебники прошли экспертную оценку учебно-методического отдела издательства и публикуются в оригинальной редакции.

В настоящем учебном пособии хорошо представлены основные современные математические модели для анализа биофизических процессов, живых систем в экологии и даны соответствующие описательные примеры, представлены методы расчета и статистические данные. На данный момент некоторые из приводимых статистических данных устарели. Однако это существенно не влияет на процесс обучения математическому моделированию биологических процессов, и произошедшие изменения при необходимости могут быть учтены преподавателями.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

*Книга предназначена для преподавателей, студентов и аспирантов, научных работников, специализирующихся в области биотехнологии, экологии, биофизики, математического моделирования в биологии, также может быть использована при преподавании и изучении курса «Проблемы современного естествознания».*

УДК 504 (075.8)

ББК 28.080я73



*Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».*

ISBN 978-5-534-03065-5

© Ризниченко Г. Ю., 2003

© Ризниченко Г. Ю., 2016, с изменениями

© ООО «Издательство Юрайт», 2017

## Оглавление

<b>Предисловие автора .....</b>	<b>5</b>
<b>Математические модели в биофизике .....</b>	<b>7</b>
Введение.....	8
Специфика математического моделирования живых систем.....	10
Базовые модели .....	13
Неограниченный рост. Экспоненциальный рост. Автокатализ .....	14
Ограниченный рост. Уравнение Ферхюльста .....	15
Ограничения по субстрату. Модели Моно и Михаэлиса – Ментен.....	18
Базовая модель взаимодействия. Конкуренция. Отбор.....	20
Классические модели Лотки и Вольтерра и их модификации .....	24
Модели взаимодействия видов .....	26
Модели ферментативного катализа .....	29
Модель проточной культуры микроорганизмов.....	31
Возрастные распределения микроорганизмов .....	33
Колесания и ритмы в биологических системах .....	39
Клеточные циклы.....	44
Пространственно-временная самоорганизация биологических систем .....	47
Волны жизни .....	48
Автоволны и диссипативные структуры. Базовая модель «брюсселятор».....	50
Реакция Белоусова – Жаботинского .....	53
Теория нервной проводимости .....	58
Физико-математические модели биомакромолекул. Молекулярная динамика.....	60
Физико-математические модели подвижности ДНК.....	64
Моделирование сложных биологических систем.....	68
Теория контроля метаболизма.....	69
Математические модели первичных процессов фотосинтеза.....	71
<i>Заключение</i> .....	77
<i>Благодарности</i> .....	78
<i>Литература</i> .....	78
<b>Динамика популяций .....</b>	<b>81</b>
Ряд Фибоначчи.....	83
Уравнение экспоненциального роста .....	84

Ограниченный рост.....	85
Влияние запаздывания .....	91
Дискретные модели популяций с непрерывающимися поколениями .....	93
Матричные модели популяций.....	96
Структурные модели популяций .....	101
Модели взаимодействия двух популяций.....	103
Обобщенные модели взаимодействия двух видов .....	107
Динамические режимы в многовидовых сообществах .....	113
Динамика человеческой популяции.....	116
<i>Заключение</i> .....	120
<i>Литература</i> .....	121
<b>Математическая экология .....</b>	<b>123</b>
Введение.....	124
Общесистемный подход к моделированию экологических систем.....	126
Классы задач и математический аппарат.....	128
Гипотезы Вольтерра о типах взаимодействий в экосистемах .....	131
Модели экологических сообществ.....	132
Принципы лимитирования в экологии .....	137
Закон толерантности и функции отклика.....	141
Модели водных экосистем.....	146
Модели продукционного процесса растений.....	150
Модели лесных сообществ.....	156
Оценка загрязнения атмосферы и поверхности земли.....	159
Глобальные модели .....	161
<i>Заключение</i> .....	166
<i>Литература</i> .....	167
<b>Нелинейное естественно-научное мышление и экологическое сознание .....</b>	<b>169</b>
<b>Литература .....</b>	<b>182</b>