



**Ю.Г. Смирнов  
А.А. Цупак**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ  
ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ  
И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
ВОЛН НА СИСТЕМЕ ЭКРАНОВ  
И НЕОДНОРОДНЫХ ТЕЛ**

Ю.Г. Смирнов, А.А. Цупак

---

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ  
ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ  
И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
НА СИСТЕМЕ ЭКРАНОВ  
И НЕОДНОРОДНЫХ ТЕЛ**

**Монография**

**sci**  
ПОРТАЛ РОССИЙСКОЙ НАУКИ

Москва  
2016

УДК 53  
ББК 22.3  
С50

**Рецензенты:**

**А.Б. Самохин**, зав. кафедрой прикладной математики Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики (технического университета) д-р физ.-мат. наук, проф.

**Смирнов, Юрий Геннадьевич.**  
С50 Математическая теория дифракции акустических и электромагнитных волн на системе экранов и неоднородных тел : монография / Ю.Г. Смирнов, А.А. Цупак. — Москва : РУСАЙНС, 2016. — 226 с.

**ISBN 978-5-4365-1368-3**  
**DOI 10.15216/978-5-4365-1368-3**

В монографии проведено теоретическое исследование трехмерных задач дифракции акустики и электродинамики. Рассматриваются скалярные задачи дифракции акустических волн и векторные задачи дифракции электромагнитных волн на рассеивателях различной размерности. В качестве рассеивателей рассматриваются системы гладких экранов и объемных неоднородных тел, а также частично экранированные тела. Задачи исследуются в дифференциальной и интегральной формулировках методами псевдодифференциальных уравнений.

*Для научных работников в области дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики и теории дифракции, а также студентов и аспирантов физико-математических специальностей вузов.*

УДК 53  
ББК 22.3

ISBN 978-5-4365-1368-3

© Смирнов Ю.Г., Цупак А.А., 2016  
© ООО «РУСАЙНС», 2016

# Оглавление

ВВЕДЕНИЕ . . . . .	7
СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ . . . . .	13
ЧАСТЬ I. Задачи дифракции акустических волн . . . . .	17
Глава 1. Дифракция на акустически «мягких» и «жестких» экранах . . . . .	18
§ 1. Постановка задачи дифракции . . . . .	19
§ 2. Единственность квазиклассического решения задачи дифракции . . . . .	21
§ 3. Сведение краевой задачи к системе интеграль- ных уравнений . . . . .	26
§ 4. Пространства Соболева $H^s(\Omega)$ на гладком дву- мерном многообразии с краем . . . . .	31
§ 5. Псевдодифференциальное уравнение на $\Omega$ . . . . .	33
§ 6. Система интегральных уравнений в простран- ствах Соболева . . . . .	38
§ 7. Эквивалентность дифференциальной и инте- гральной постановок задачи дифракции . . . . .	40
Глава 2. Дифракция на системе непересекающихся неоднородных тел . . . . .	45
§ 1. Постановка задачи дифракции . . . . .	46
§ 2. Единственность квазиклассического решения задачи дифракции . . . . .	47
§ 3. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению . . . . .	54

§ 4. Существование и гладкость решения интегрального уравнения. Обратимость оператора Липпмана-Швингера . . . . .	56
Глава 3. Дифракция на системе непересекающихся тел и экранов . . . . .	58
§ 1. Постановка задачи дифракции . . . . .	60
§ 2. Единственность квазиклассического решения задачи дифракции . . . . .	61
§ 3. Сведение краевой задачи к системе интегральных уравнений . . . . .	65
§ 4. Существование и гладкость решения системы интегральных уравнений . . . . .	71
Глава 4. Дифракция на частично экранированных телах	76
§1. Постановка задачи дифракции . . . . .	77
§2. Единственность квазиклассического решения задачи дифракции . . . . .	79
§3. Система интегральных уравнений задачи дифракции . . . . .	82
§4. Существование и гладкость решения системы интегральных уравнений . . . . .	85
ЧАСТЬ II. Задачи дифракции электромагнитных волн .	95
Глава 1. Задачи дифракции на бесконечно тонких идеально проводящих экранах . . . . .	96
§1. Постановка задачи дифракции. Теорема единственности . . . . .	100
§2. Пространства $W$ и $W'$ сечений векторных расслоений над $\Omega$ . . . . .	102
§3. Представление решений и система интегродифференциальных уравнений на экранах . .	107
§4. Сведение задачи к векторному псевдодифференциальному уравнению на $\Omega$ . . . . .	110
§5. Теоремы о фредгольмовости и однозначной разрешимости векторного псевдодифференциального уравнения . . . . .	117

Глава 2. Дифракция электромагнитных волн на системе неоднородных тел . . . . .	123
§1. Постановка задачи дифракции . . . . .	126
§2. Интегро-дифференциальное уравнение электрического поля в задаче дифракции . . . . .	128
§3. Сведение ИДУ к псевдодифференциальному уравнению . . . . .	130
§4. Эллиптичность псевдодифференциального оператора задачи дифракции . . . . .	136
§5. Эллиптичность матричного ПДО в пространстве $L_2$ . . . . .	138
§6. Гладкость решения уравнения электрического поля. Теорема эквивалентности . . . . .	142
§7. Единственность решения краевой задачи дифракции . . . . .	153
Глава 3. Дифракция электромагнитных волн на системе непересекающихся тел и экранов . . . . .	162
§1. Постановка задачи дифракции . . . . .	163
§2. Единственность квазиклассического решения задачи дифракции . . . . .	164
§3. Система интегро-дифференциальных уравнений задачи дифракции . . . . .	168
§4. Гладкость решений системы интегро-дифференциальных уравнений. Существование и единственность решения задачи дифракции . . . . .	174
Глава 4. Дифракция электромагнитных волн на частично экранированных телах . . . . .	179
§1. Постановка задачи дифракции . . . . .	181
§2. Единственность квазиклассического решения задачи дифракции . . . . .	184
§3. Система интегро-дифференциальных уравнений задачи дифракции . . . . .	189
§4. Коэрцитивность квадратичной формы оператора задачи дифракции . . . . .	195

§5. Инъективность матричного оператора задачи	
дифракции . . . . .	201
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ . . . . .	211