

Н.А. Могницкий, С.В. Сидоров

**НОВЫЕ МЕТОДЫ
ХАОТИЧЕСКОЙ
ДИНАМИКИ**



VPOG

Н. А. Магницкий, С. В. Сидоров

НОВЫЕ МЕТОДЫ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Издание стереотипное



URSS

МОСКВА

**Магницкий Николай Александрович,
Сидоров Сергей Васильевич**

Новые методы хаотической динамики. Изд. стереотип.
М.: Едиториал УРСС, 2017. — 320 с.

В книге представлена во многих случаях отличная от традиционной точка зрения авторов на принципы формирования, сценарии возникновения и способы управления хаотическими режимами поведения в нелинейных диссипативных динамических системах, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, уравнениями в частных производных диффузионного типа и уравнениями с запаздывающим аргументом.

Показано, что во всех таких системах реализуется один универсальный сценарий перехода к хаосу. Найден и теоретически обоснован механизм такого сценария. Все аналитические результаты и выводы подтверждены расчетами, снабжены примерами и многочисленными рисунками.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, интересующихся проблемами синергетики, нелинейной и хаотической динамики.

Рисунков — 149. Библ. — 136.

Оригинал-макет предоставлен авторами,
текст опубликован в авторской редакции.

Издательство «Едиториал УРСС».
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 9.
Формат 60×90/16. Печ. л. 20.

ISBN 978-5-354-01548-1

© Н. А. Магницкий, С. В. Сидоров,
2004, 2016

© Едиториал УРСС, 2004, 2016

20670 ID 220196



9 785354 015481



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

Оглавление

| | |
|---|-----------|
| Предисловие | 7 |
| Введение | 9 |
| Глава 1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений | 12 |
| 1.1. Основные определения и теоремы | 12 |
| 1.1.1. Поля направлений и их интегральные кривые | 12 |
| 1.1.2. Векторные поля, дифференциальные уравнения, интегральные и фазовые кривые | 12 |
| 1.1.3. Теоремы существования и единственности решений | 14 |
| 1.1.4. Теорема о непрерывной зависимости решения от начальных условий и параметров. Уравнения в вариациях | 14 |
| 1.1.5. Диссипативные и консервативные системы уравнений | 16 |
| 1.1.6. Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений | 16 |
| 1.1.7. Некорректность численных методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений | 17 |
| 1.2. Особые точки и их инвариантные многообразия | 18 |
| 1.2.1. Особые точки систем дифференциальных уравнений | 18 |
| 1.2.2. Устойчивость особых точек и стационарных решений | 19 |
| 1.2.3. Инвариантные многообразия | 20 |
| 1.2.4. Особые точки линейных векторных полей | 21 |
| 1.2.5. Сепаратрисы особых точек. Гомоклинические и гетероклинические траектории. Сепаратрисные контуры .. | 24 |
| 1.3. Периодические и неперіодические решения, предельные циклы и инвариантные торы | 26 |
| 1.3.1. Периодические решения | 26 |
| 1.3.2. Предельные циклы | 26 |
| 1.3.3. Отображение Пуанкаре | 29 |
| 1.3.4. Инвариантные торы | 31 |
| 1.3.5. Непериодические решения. Показатели Ляпунова | 33 |
| 1.4. Аттракторы автономных диссипативных систем обыкновенных дифференциальных уравнений | 38 |
| 1.4.1. Основные определения | 38 |
| 1.4.2. Классические регулярные аттракторы диссипативных систем обыкновенных дифференциальных уравнений | 39 |
| 1.4.3. Классические нерегулярные аттракторы диссипативных динамических систем | 41 |
| 1.4.4. Размерность аттракторов. Фракталы | 49 |

| | |
|--|-----|
| Глава 2. Бифуркации в нелинейных системах обыкновенных дифференциальных уравнений | 53 |
| 2.1. Структурная устойчивость и бифуркации | 53 |
| 2.1.1. Структурная устойчивость | 53 |
| 2.1.2. Бифуркации | 55 |
| 2.2. Однопараметрические локальные бифуркации | 57 |
| 2.2.1. Бифуркации устойчивых особых точек | 58 |
| 2.2.2. Бифуркации устойчивых предельных циклов | 64 |
| 2.2.3. Бифуркации устойчивых двумерных торов | 77 |
| 2.3. Простейшие двухпараметрические локальные бифуркации | 81 |
| 2.3.1. Нормальная форма складки | 81 |
| 2.3.2. Нормальная форма сборки | 83 |
| 2.4. Нелокальные бифуркации | 84 |
| 2.4.1. Бифуркации гомоклинических сепаратрисных контуров ... | 85 |
| 2.4.2. Бифуркации гетероклинических сепаратрисных контуров .. | 92 |
| 2.4.3. Приближенный метод нахождения точек бифуркаций гомоклинических и гетероклинических контуров | 95 |
| 2.4.4. Каскады бифуркаций. Сценарии перехода к хаосу | 101 |
| 2.4.5. Бифуркации нерегулярных аттракторов | 107 |
| Глава 3. Хаотические системы обыкновенных дифференциальных уравнений | 109 |
| 3.1. Система уравнений Лоренца | 109 |
| 3.1.1. Классический сценарий рождения аттрактора Лоренца ... | 109 |
| 3.1.2. Сценарий рождения аттрактора Лоренца через неполный двойной гомоклинический каскад бифуркаций | 112 |
| 3.1.3. Сценарий рождения полного двойного гомоклинического аттрактора в системе Лоренца | 127 |
| 3.1.4. Бифуркации гомоклинических и гетероклинических контуров в системе уравнений Лоренца | 138 |
| 3.1.5. Диаграммы нелокальных бифуркаций в системе уравнений Лоренца | 147 |
| 3.2. Комплексная система уравнений Лоренца | 147 |
| 3.2.1. Сценарий перехода к хаосу | 150 |
| 3.3. Системы уравнений Рёсслера | 153 |
| 3.4. Система Чуа | 159 |
| 3.5. Некоторые другие хаотические системы обыкновенных дифференциальных уравнений | 165 |
| 3.5.1. Системы Валлиса | 165 |
| 3.5.2. Система Рикитакэ | 174 |
| 3.5.3. Система "Simple" | 178 |

| | |
|---|------------|
| 3.5.4. Система Рабиновича-Фабриканта | 181 |
| 3.6. Заключительные замечания и выводы | 184 |
| Глава 4. Основы теории динамического хаоса в системах обыкновенных дифференциальных уравнений | 186 |
| 4.1. Теория одномерных гладких отображений | 187 |
| 4.1.1. Монотонные обратимые отображения | 189 |
| 4.1.2. Немонотонные отображения | 193 |
| 4.2. Каскад бифуркаций Фейгенбаума удвоения периода циклов одномерных отображений | 194 |
| 4.2.1. Логистическое отображение | 194 |
| 4.2.2. Оператор удвоения периода | 198 |
| 4.2.3. Универсальность Фейгенбаума | 201 |
| 4.2.4. Размерность аттрактора Фейгенбаума | 206 |
| 4.3. Субгармонический каскад бифуркаций Шарковского циклов одномерных отображений | 207 |
| 4.3.1. Теорема Шарковского | 207 |
| 4.3.2. За каскадом Фейгенбаума | 214 |
| 4.4. Регулярные и сингулярные устойчивые и седловые циклы трехмерных автономных систем. Особые точки типа "ротор" | 216 |
| 4.4.1. Регулярные и сингулярные предельные циклы | 216 |
| 4.4.2. Особые точки типа "ротор" | 219 |
| 4.5. Природа сингулярных аттракторов трехмерных автономных систем | 221 |
| 4.5.1. Структура двумерной сепаратрисной поверхности седлового сингулярного цикла | 221 |
| 4.5.2. Механизм рождения сингулярных аттракторов. Каскады бифуркаций Фейгенбаума и Шарковского | 224 |
| 4.5.3. Гомоклинический и более сложные каскады бифуркаций .. | 225 |
| 4.6. Некоторые примеры систем с сингулярными аттракторами | 227 |
| 4.7. Заключительные замечания и выводы | 236 |
| Глава 5. Динамический хаос в бесконечномерных системах дифференциальных уравнений | 238 |
| 5.1. Регулярная динамика и диффузионный хаос в системах уравнений "реакция-диффузия" | 239 |
| 5.2. Переход к хаосу в маломодовом приближении для уравнения Курамото-Цузуки. | 245 |
| 5.3. Динамический хаос в дифференциальных уравнениях с запаздывающим аргументом | 250 |

| | |
|---|-----|
| 5.4. Циклы и хаос в распределенных экономических системах | 253 |
| 5.4.1. Описание модели саморазвивающейся рыночной экономики | 254 |
| 5.4.2. Исследование поведения макроэкономических показателей | 261 |
| 5.4.3. Некоторые аспекты поведения экономических показателей при наличии диффузии капитала и спроса | 267 |
| Глава 6. Управление хаосом в системах дифференциальных уравнений | 271 |
| 6.1. Методы Отта-Гребоджи-Йорке и Пирагаса | 272 |
| 6.1.1. OGY-метод | 272 |
| 6.1.2. Метод Пирагаса | 274 |
| 6.2. Метод Магницкого | 275 |
| 6.2.1. Локализация и стабилизация неустойчивых неподвижных точек и циклов хаотических отображений | 275 |
| 6.2.2. Локализация и стабилизация неустойчивых неподвижных точек хаотических динамических систем ... | 282 |
| 6.2.3. Локализация и стабилизация неустойчивых циклов хаотических динамических систем | 285 |
| 6.2.4. Управление хаосом в уравнениях с запаздывающим аргументом | 291 |
| 6.2.5. Стабилизация термодинамической ветви в системах уравнений "реакция-диффузия" | 298 |
| 6.3. Реконструкция динамической системы по траектории нерегулярного аттрактора | 307 |
| Список литературы | 311 |