

Физико·
Математическое
Наследие

Ю. А. АМИНОВ

ГЕОМЕТРИЯ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ



Математика

Дифференциальная геометрия



*Физико-математическое наследие: математика
(дифференциальная геометрия)*

Ю. А. Аминов

ГЕОМЕТРИЯ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

Издание второе, исправленное



URSS
МОСКВА

ББК 22.152 22.151.4 22.311

Аминов Юрий Ахметович

Геометрия векторного поля. Изд. 2-е, испр. — М.: ЛЕНАНД, 2018. — 208 с. (Физико-математическое наследие: математика (дифференциальная геометрия).)

Излагаются результаты по геометрии векторных полей в трехмерном евклидовом пространстве, начиная с работ Фосса, Синцова, Лилиенталя и др. Рассматриваются векторные поля в n -мерном пространстве, системы уравнений Пфаффа, внешние формы. Кратко излагаются некоторые топологические понятия, формулируется теорема де Рама. Вводится инвариант Годбийона—Вея слоения, доказывается формула Уайтхеда.

Для студентов, аспирантов и научных работников по специальности «геометрия и топология».

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, проф. А. С. Мищенко

Формат 60×90/16. Печ. л. 13. Зак. № АО-645.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, проспект Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-5138-1

© ЛЕНАНД, 2017

18516 ID 234393



9 785971 051381



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Векторные поля в трехмерном евклидовом пространстве	
§ 1. Величина неголономности векторного поля	9
§ 2. Нормальная кривизна векторного поля и главные нормальные кривизны первого рода	17
§ 3. Линии тока векторного поля	23
§ 4. Прямейшие и кратчайшие	24
§ 5. Полная кривизна второго рода	33
§ 6. Асимптотические линии	42
§ 7. Первый дивергентный вид полной кривизны второго рода	46
§ 8. Второе дивергентное представление для полной кривизны второго рода	47
§ 9. Связь двух дивергентных представлений полной кривизны второго рода	51
§ 10. Обобщение формулы Гаусса — Бонне для замкнутой поверхности	53
§ 11. Формула Гаусса — Бонне для поверхности с краем	56
§ 12. Экстремальные геодезические кручения	66
§ 13. Особенности — источники кривизны векторного поля	69
§ 14. Взаимные ограничения основных инвариантов поля и размеров области существования	72
§ 15. Поведение линий тока векторного поля в окрестности замкнутой линии тока	79
§ 16. Комплексная неголономность	85
§ 17. Аналоги разложений Гаусса и Вейпгартена и аналог теоремы Бонне	89
§ 18. Триортогональное семейство поверхностей	92
§ 19. Триортогональная система Бианки	100
§ 20. Геометрические свойства поля скоростей идеальной несжимаемой жидкости	104
§ 21. Теорема Каратеодори — Рашевского	111
§ 22. Параллельное перенесение на неголономном многообразии и вектор Вагнера	116

Глава 2. Векторные поля и формы в многомерных евклидовых и римановых пространствах	124
§ 1. Единичное векторное поле в многомерном евклидовом пространстве	124
§ 2. Регулярное векторное поле, заданное во всем пространстве	126
§ 3. Многомерное обобщение формулы Гаусса — Боппе для векторного поля	131
§ 4. Семейство параллельных гиперповерхностей в римановом пространстве	136
§ 5. Постоянные векторные поля и поля Киллинга	139
§ 6. О симметрических функциях главных кривизин векторного поля в римановом пространстве	143
§ 7. Система уравнений Пфаффа	145
§ 8. Пример из механики неголономной связи	154
§ 9. Внешние дифференциальные формы	155
§ 10. Внешний кодифференциал	162
§ 11. Некоторые формулы с внешним дифференциалом	164
§ 12. Симплекс, ориентация симплекса и индуцированная ориентация его границы	167
§ 13. Симплициальный комплекс, коэффициенты инцидентности	168
§ 14. Интегрирование внешних форм	170
§ 15. Группы гомологий и когомологий	173
§ 16. Слоения на многообразиях и пример Рибба	176
§ 17. Инвариант Годбийона — Вея слоения на многообразии	178
§ 18. Выражение инварианта Хопфа через интеграл от неголономности поля	183
§ 19. Векторные поля, касающиеся сфер	187
§ 20. О семействах поверхностей, заполняющих шар	198
Список литературы	202
Предметный указатель	207