

НАУЧНАЯ МЫСЛЬ



*П.Н. Победаш, Е.С. Семенкин*

**МОДЕЛИ**  
**ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**  
**И ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

*для многокритериального анализа  
экономических систем*



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY



НАУЧНАЯ МЫСЛЬ

СЕРИЯ ОСНОВАНА В 2008 ГОДУ



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

**П.Н. ПОБЕДАШ**  
**Е.С. СЕМЕНКИН**

**МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
И ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ  
ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО АНАЛИЗА  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**МОНОГРАФИЯ**

Москва  
ИНФРА-М

Красноярск  
СФУ

2018

**УДК 519.86(075.4)**

**ББК 22.161**

**П41**

Рецензенты:

*А.Б. Гордиенко* — доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Кемеровского государственного университета;

*Е.А. Попов* — доктор физико-математических наук, профессор кафедры системного анализа и исследования операций Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнёва

**Победаш П.Н.**

П41 Модели оптимального управления и операционного исчисления для многокритериального анализа экономических систем : монография / П.Н. Победаш, Е.С. Семенкин. — М. : ИНФРА-М ; Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2018. — 259 с. — (Научная мысль).

ISBN 978-5-16-013304-1 (ИНФРА-М)

ISBN 978-5-7638-2483-4 (СФУ)

Предложены модели оптимального управления в классе линейных многошаговых задач для многокритериальной оценки инвестиционных проектов развития производственных систем, в том числе в условиях неопределенности спроса на производимую продукцию. На основе предложенных моделей и оператора, представляющего собой на конечном горизонте планирования аналог  $Z$ -преобразования, разработан подход к автоматизации построения математического и алгоритмического обеспечения для предварительной оценки эффективности функционирования указанных систем.

Представленный подход принципиально не меняется при увеличении количества исходных параметров, переменных, ограничений и критериев качества указанных оптимизационных моделей и ориентирован на математиков, специализирующихся в области оптимального управления, финансовых и инвестиционных аналитиков, экономистов, а также студентов математической и экономической специализации.

УДК 519.86(075.4)

ББК 22.161

ISBN 978-5-16-013304-1 (ИНФРА-М)

ISBN 978-5-7638-2483-4 (СФУ)

© Победаш П.Н.,  
Семенкин Е.С., 2012, 2018

© Сибирский федеральный  
университет, 2012, 2018

# ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
<i>Глава 1. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ АГЕНТАМИ.....</i>	13
1.1. Постановка задачи оптимизации реальных инвестиций с несколькими экономическими агентами как многокритериальной динамической задачи оптимального управления с дискретным временем.....	13
1.1.1. Особенности функционирования экономических систем.....	14
1.1.2. Принципы моделирования функционирования экономических систем.....	18
1.2. Основные предпосылки и содержательная постановка задачи оптимизации реальных инвестиций в экономической системе.....	24
1.2.1. Основные предпосылки, используемые при моделировании реальных инвестиций в экономической системе.....	24
1.2.2. Содержательная постановка задачи оптимизации реальных инвестиций в экономической системе.....	26
1.3. Вычисление и анализ основных финансовых показателей деятельности предприятия.....	28
1.4. Теоретические основы однокритериальной оптимизации.....	32
1.4.1. Условия разрешимости однокритериальной задачи оптимизации с ограничениями.....	32
1.4.2. Соотношения двойственности в задачах линейного программирования.....	34
1.4.3. Дискретный принцип максимума для многошаговых задач линейного программирования.....	38
1.4.4. Методы решения линейных многошаговых задач, основанные на дискретном принципе максимума.....	42
<i>Глава 2. ДВУХКРИТЕРИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ.....</i>	47
2.1. Содержательные постановки задачи оптимизации реальных инвестиций с двумя экономическими агентами.....	47
2.2. Математические постановки задачи оптимизации реальных инвестиций с двумя экономическими агентами.....	49

2.3. Доказательство разрешимости задачи оптимизации реальных инвестиций с двумя экономическими агентами без применения операционного исчисления.....	64
2.4. Доказательство монотонности свертки критериев в задачах оптимизации реальных инвестиций с двумя экономическими агентами.....	75
2.5. Анализ задачи оптимизации реальных инвестиций для двух экономических агентов на основе операционного исчисления.....	79
2.6. Анализ двухкритериальной агрегированной задачи оптимизации реальных инвестиций на бесконечном горизонте планирования с помощью принципа нетривиальности решения.....	111
2.7. Численный анализ моделей оптимизации реальных инвестиций для двух экономических агентов.....	155
<i>Глава 3. ДВУХКРИТЕРИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ СПРОСОМ.....</i>	164
3.1. Содержательные постановки задачи оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом для двух экономических агентов.....	165
3.2. Математические постановки задачи оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом для двух экономических агентов.....	167
3.3. Доказательство существования решения двухкритериальных задач оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом на конечном интервале времени.....	174
3.4. Анализ двухкритериальных задач оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом на основе операционного исчисления.....	185
3.5. Решение двухкритериальной агрегированной задачи оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом на бесконечном интервале времени.....	203
3.6. Параметрический анализ двухкритериальной задачи оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом и свободным конечным состоянием на основе дискретного принципа максимума....	214
3.7. Численный анализ моделей оптимизации реальных инвестиций с неопределенным спросом для двух экономических агентов.....	234
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	237
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	240