

Т.А. Аверина

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЙ
СТОХАСТИЧЕСКИХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ
СО СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРОЙ**



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ

Т. А. Аверина

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
И СИСТЕМ СО СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРОЙ**



НОВОСИБИРСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

2019

УДК 519.676

ББК 22.19

А 19



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда
фундаментальных исследований по проекту № 19-11-00003,
не подлежит продаже

Статистическое моделирование решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой / Аверина Т. А.; Рос. акад. наук, Сиб. отд., ИВМиМГ. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019. — 350 с.

Рассматриваются вопросы построения эффективных алгоритмов статистического моделирования систем со случайной структурой, заданной стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ). Для численного решения СДУ построены асимптотически несмещенные численные методы, которые наиболее эффективны при решении жестких и осциллирующих систем СДУ. Для моделирования неоднородных пуассоновских ансамблей построены алгоритмы с меньшей трудоемкостью за счет уменьшения обращений к датчику случайных чисел. Разработанные алгоритмы используются для статистического моделирования систем со случайной структурой. Исследованы вопросы сходимости и условной оптимизации построенных алгоритмов. Верификация разработанных методов и сравнение их с известными алгоритмами проведены на решении прикладных и тестовых задач.

Для специалистов по вычислительной математике и математическому моделированию, а также для студентов математических факультетов.

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Обобщенные методы типа Розенброка решения задачи Коши для СДУ	15
1.1. Задача Коши для СДУ	15
1.2. Семейство численных методов решения СДУ Стратоновича .	19
1.3. Разложение в ряд Тейлора точного и численного решений СДУ	23
1.4. Асимптотическая несмещенность, аппроксимация и сходимость методов	30
1.5. Построенные численные методы решения СДУ	38
Глава 2. Методы решения различных типов СДУ	44
2.1. Построение СДУ с заданными вероятностными характеристиками решения	44
2.2. Алгоритм переменного шага для решения СДУ – RKFSDE . .	46
2.3. Малотрудоемкий алгоритм переменного шага для решения стохастических автоколебательных систем STEP3	55
2.4. Методы решения СДУ с растущей дисперсией	61
2.5. Двухуровневые численные методы решения стохастических дифференциальных уравнений	72
2.6. Алгоритм решения СДУ с пуассоновской составляющей . . .	74
Глава 3. Алгоритмы моделирования пуассоновских ансамблей	80
3.1. Пуассоновский ансамбль	80
3.2. Алгоритмы моделирования случайных величин	82
3.2.1. Модифицированный метод суперпозиции	83
3.2.2. Модифицированный метод исключения	84
3.2.3. Специальный способ моделирования дискретных случайных величин	86
3.2.4. Моделирование обобщенного геометрического распределения	92
3.2.5. Построение последовательности независимых “битов” . .	93

3.3. Алгоритмы моделирования неоднородных пуассоновских ансамблей в случае сложной для моделирования плотности . . .	95
3.4. Алгоритмы моделирования однородного пуассоновского ансамбля в произвольной ограниченной области	99
3.5. Моделирование обобщенного экспоненциального распределения методом «максимального сечения»	101
3.6. Приближенное «цифровое» моделирование пуассоновских ансамблей	104
3.7. Алгоритмы моделирования неоднородного пуассоновского процесса	107
3.8. Алгоритмы моделирования неоднородного пуассоновского точечного процесса для заданной неоднородной пуассоновской случайной меры	110
Глава 4. Методы моделирования систем со случайной структурой	112
4.1. Постановка задачи анализа	112
4.1.1. Основные вероятностные характеристики решения и их статистические оценки	116
4.2. Системы со случайной структурой с распределенными переходами	121
4.3. Алгоритмы статистического моделирования процесса номера структуры в системах с распределенной структурой	125
4.4. Алгоритм статистического моделирования систем со случайной структурой с распределенными переходами	135
4.5. Алгоритм статистического моделирования системы с разделением времени с автономным управлением	139
4.6. Алгоритм статистического моделирования систем со случайной структурой с сосредоточенными переходами	144
4.7. Условная оптимизация статистического алгоритма	148
Глава 5. Верификация алгоритмов моделирования решений СДУ и пуассоновских ансамблей	152
5.1. Сравнительный анализ методов решения СДУ	152
5.2. Моделирование решений СДУ в задачах анализа и синтеза автоматического управления алгоритмом RKFSDE	165

5.3. Моделирование сложных колебаний в простых системах алгоритмом STEP3	179
5.4. Численное решение СДУ с растущей дисперсией	192
5.5. Параметрический анализ устойчивости линейного осциллятора с мультипликативным шумом	194
5.6. Решение краевых задач с помощью СДУ	213
5.7. Моделирование процесса нуклеации	227
5.8. Численный анализ СДУ с пуассоновской составляющей	235
5.9. Сравнительный анализ алгоритмов моделирования пуассоновских ансамблей	238
Глава 6. Верификация алгоритмов моделирования систем со случайной структурой	248
6.1. Численный анализ систем с распределенными независимыми переходами	248
6.2. Анализ систем управления ансамблем траекторий с учетом случайного изменения структуры. Сравнение со спектральным методом	252
6.3. Системы с распределенными переходами. Сравнение со спектральным методом	260
6.4. Задача о влиянии степени приоритета на качество управления	269
6.5. Численный анализ систем с условной марковской структурой при распределенных переходах	276
6.6. Статистический анализ систем со случайным периодом квантования	284
6.7. Комбинированная система самонаведения	288
6.8. Сравнение с методом гауссовой аппроксимации	293
6.9. Расчет системы с переменной структурой управления	301
Заключение	307
Список литературы	310
Приложение . Остаточные члены ряда Тейлора	345