

А.Ф. СИДОРОВ

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

МАТЕМАТИКА

МЕХАНИКА



МОСКВА • ФИЗМАТЛИТ

А.Ф. СИДОРОВ

**ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ
МАТЕМАТИКА
МЕХАНИКА**



**МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ
2001**

УДК 517.9+519.6+533.6

ББК 22.16

С 34



Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных
исследований по проекту 00-01-14058

РЕДКОЛЛЕГИЯ:

А.М. Ильин (ответственный редактор), Л.В. Овсянников, А.В. Коновалов, С.С. Титов,
В.М. Тешуков, К.В. Емельянов, О.Н. Ульянов, О.Б. Хайруллина, Е.В. Ермолин

Сидоров А. Ф. **Избранные труды: Математика. Механика.** — М.: ФИЗМАТЛИТ,
2001. — 576 с. — ISBN 5-9221-0103-X.

Настоящее издание представляет собой сборник избранных работ крупного специалиста в области аналитических и численных методов механики сплошных сред академика РАН, профессора Анатолия Федоровича Сидорова (1933 – 1999). Представлены работы по основным направлениям научной деятельности А.Ф. Сидорова: исследованию классов решений уравнений газо- и гидродинамики, применению специальных рядов для решения уравнений математической физики, безударному сжатию газов, построению оптимальных сеток. В сборник включена также часть работ А.Ф. Сидорова по прикладной математике.

Для математиков и механиков, занимающихся проблемами газовой динамики и других разделов механики сплошных сред, а также аналитическими методами решения нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными.

Научное издание

СИДОРОВ Анатолий Федорович

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ: МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА

Редактор *Е.Ю. Ходан*

Оригинал-макет *Е.Ю. Морозова, И.В. Шутова*

ЛР № 071930 от 06.07.1999. Подписано в печать 25.01.01. Формат 70×100/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 36. Уч.-изд. л. 51,08. Тираж 400 экз. Заказ № 1215

Издательская фирма «Физико-математическая литература»

МАИК «Наука/Интерпериодика»

117864 Москва, Профсоюзная ул., 90

Отлечатано с готовых диапозитивов в ППП «Типография «Наука»

1219099 Москва, Шубинский пер., 6

ISBN 5-9221-0103-X



9 785922 101035

ISBN 5-9221-0103-X

© ФИЗМАТЛИТ, 2001

СОДЕРЖАНИЕ

Анатолий Федорович Сидоров	5
Предисловие	8
Аналитические методы математической физики и математический эксперимент	13

РАЗДЕЛ I

СПЕЦИАЛЬНЫЕ КЛАССЫ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

ТЕЧЕНИЯ С ВЫРОЖДЕННЫМ ГОДОГРАФОМ

К вопросу о нестационарных плоских течениях политропного газа с прямолинейными характеристиками (<i>совм. с Н.Н. Яненко</i>)	29
О нестационарных потенциальных движениях политропного газа с вырожденным годографом	32
Неустановившиеся плоские течения политропного газа с прямолинейными образующими (<i>совм. с Н.Н. Яненко</i>)	37
Об ударных волнах в течениях политропного газа, имеющих прямолинейные характеристики	49
Некоторые точные решения нестационарной двумерной газовой динамики	55
О движении сжимаемой жидкости в плоских каналах с подвижными стенками	63
О скачках уплотнения в пространственных течениях с вырожденным годографом	71
Два точных решения уравнений гидродинамики типа тройной волны	81
О нестационарных течениях газа, примыкающих к области покоя	86
Некоторые конфигурации изэнтропических распадов двумерных разрывов (<i>совм. с Е.В. Ермолиным</i>)	99
О некоторых двумерных автомодельных течениях политропного газа с переменной энтропией	109
О некоторых пространственных течениях газа, примыкающих к области покоя	113
К задаче о двух поршнях (<i>совм. с Е.В. Ермолиным, Л.И. Рубиной</i>)	124
О некоторых течениях сжатия в неосесимметричных кольцевых соплах (<i>совм. с Л.Н. Коротяевой</i>)	134
О пространственных бегущих волнах в баротропном газе (<i>совм. с О.Б. Хайруллиной</i>)	141
О точных решениях уравнений газовой динамики типа тройной волны	148
О точных решениях некоторых краевых задач газовой динамики в классах двойных и тройных волн (<i>совм. с О.Б. Хайруллиной</i>)	152
Об одном классе установившихся конических неизэнтропических течений невязкого газа (<i>совм. с С.Н. Мартюшовым</i>)	164

КЛАССЫ РЕШЕНИЙ С ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ВЕКТОРА СКОРОСТИ ОТ ЧАСТИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ

О двух классах решений уравнений газовой динамики	168
Об одном классе решений уравнений газовой динамики и естественной конвекции	176

О двух типах закрученных газовых потоков	189
О двух классах решений уравнений механики жидкости и газа и их связи с теорией бегущих волн	197

НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ

Об одном классе точных решений уравнений гидродинамики	205
О некоторых течениях газа в поле тяжести	208

РАЗДЕЛ II

СПЕЦИАЛЬНЫЕ РЯДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Специальные конструкции рядов для решения нелинейных уравнений с частными производными (<i>совм. с О.В. Коковихиной</i>)	217
Применение специальных конструкций рядов для расчета особенностей обобщенных решений нелинейных уравнений	225
Некоторые новые аналитические методы исследования нелинейных волновых процессов в газовой динамике	238
Approximate methods for solving nonlinear initial boundary-value problems based on special constructions of series (<i>совм. с М.Ю. Филимоновым, Л.Г. Корзуниным</i>)	247

НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

О некоторых классах решений уравнения нестационарной фильтрации	269
Аналитические представления решений нелинейных параболических уравнений типа нестационарной фильтрации	276
О некоторых аналитических представлениях решений нелинейного уравнения нестационарной фильтрации	281

ТЕЧЕНИЯ, ПРИМЫКАЮЩИЕ К ОБЛАСТИ ПОКОЯ

О разрушении потенциальных течений газа, примыкающих к области покоя	288
О решении некоторых краевых задач в теории потенциальных течений газа и распространении слабых ударных волн	298
О решении одной краевой задачи для неустановившегося течения газа и распространении слабых сферических ударных волн (<i>совм. с Е.Н. Зубовым</i>)	302
Метод решения некоторых краевых задач для нелинейных уравнений гиперболического типа и распространение слабых ударных волн	314
Приближенный расчет движения слабых криволинейных ударных волн по однородному фону	321
О точном методе решения некоторых задач теории пространственных сверхзвуковых течений газа	328
О некоторых представлениях решений квазилинейных гиперболических уравнений	332
О поведении решений уравнений двойных волн в окрестности области покоя (<i>совм. с С.В. Вершининым</i>)	338
Приближенный метод решения некоторых задач о пространственном истечении газа в вакуум	346
Application of Characteristic Series to the Solution of Three-Dimensional Problems in Gas Dynamics	354

КОНВЕКЦИЯ

Аналитические методы построения решений в нелинейных задачах пространственной конвекции	371
Применение полиномов Бернштейна для приближенного решения задачи естественной конвекции в горизонтальном слое (<i>совм. с О.Б. Хайруллиной</i>)	381
Расчет гексагональной конвекции в ячейках Бенара с помощью специальных тригонометрических рядов (<i>совм. с О.Б. Хайруллиной</i>)	390

РАЗДЕЛ III

БЕЗУДАРНОЕ СЖАТИЕ ГАЗОВ

Безударное сжатие баротропного газа	403
Письмо в редакцию (исправления к ст. А.Ф.Сидорова «Безударное сжатие баротропного газа» в журн. «Прикл. математика и механика» за 1991 г., Т. 55, № 5, С. 769–779)	414
О взаимодействии сильных волн разрежения и сжатия	414
Оптимальное адиабатическое сжатие сферических слоев газа	418
Оценки предельных степеней кумуляции энергии при безударном сжатии газа	426
Исследование особенностей нестационарных конических течений газа	431
Процессы безударного конического сжатия и разлета газа (<i>совм. с О.Б. Хайруллиной</i>)	437
Mathematical modelling of the processes of unshocked gas compression	448
Об устойчивости процессов неограниченного безударного сжатия газов	466
Двумерные процессы неограниченного безударного сжатия газа	473
Математическое моделирование процессов сверхсильного сжатия газов	482
Новые режимы неограниченного безударного сжатия газа	484

РАЗДЕЛ IV

ОПТИМАЛЬНЫЕ СЕТКИ

Об одном алгоритме расчета оптимальных разностных сеток	490
Об одном алгоритме расчета криволинейных сеток, близких к равномерным	494
Об одном геометрическом способе построения трехмерных разностных сеток (<i>совм. с Т.Н. Кошкиной</i>)	499
Примеры точного построения геометрически оптимальных двумерных сеток	506
Вариационные методы построения оптимальных сеток (<i>совм. с О.В. Ушаковой, О.Б. Хайруллиной</i>)	512

РАЗДЕЛ V

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

Расчет температурных напряжений в полом вязко-упругом шаре (<i>совм. с О.Б. Хайруллиной</i>)	539
Mathematical modelling of vortical gas flows and acoustic processes in the complex geometry channels (<i>совм. с О.В. Коковихиной, О.Б. Хайруллиной</i>)	544
Список опубликованных работ	558

CONTENTS

Anatoly Fedorovitch Sidorov	5
Preface	8
Analytical methods of mathematical physics and mathematical experiment	13

PART I

SPECIAL CLASSES OF SOLUTIONS OF GAS DYNAMICS EQUATIONS

FLOWS WITH DEGENERATE HODOGRAPH

To the problem of nonsteady plane flows of polytropic gas with rectilinear characteristics (with <i>N.N.Yanenko</i>)	29
On nonsteady potential motions of polytropic gas with degenerate hodograph	32
Unsteady plane flows of polytropic gas with rectilinear generatrices (with <i>N.N.Yanenko</i>)	37
On shock waves in flows of polytropic gas with rectilinear characteristics	49
Some exact solutions of nonstationary two-dimensional gas dynamics	55
On the motion of compressible fluid in plane channels with moving walls	63
On shocks in spatial flows with degenerate hodograph	71
Two exact solutions of hydrodynamics equation of triple wave type	81
On nonsteady gas flows adjoining the domain of rest	86
Some configurations of isotropic collapses of two-dimensional discontinuities (with <i>E.V.Ermolin</i>)	99
On some two-dimensional self-similar flows of polytropic gas with varying entropy	109
On some spatial gas flows adjoining the domain of rest	113
To the problem about two pistons (with <i>E.V.Ermolin, L.I.Rubina</i>)	124
On some flows of compression in nonaxially symmetric ring-shaped nozzles (with <i>L.N.Korotaeva</i>)	134
On spatial running waves in barotropic gas (with <i>O.B.Khairullina</i>)	141
On exact solutions of gas dynamics equations of triple wave type	148
On exact solutions of some gas dynamics boundary-value problems in classes of double and triple waves (with <i>O.B.Khairullina</i>)	152
On one class of steady conic nonisotropic flows of inviscid gas (with <i>S.N.Mar- tyushov</i>)	164

CLASSES OF SOLUTIONS WITH LINEAR DEPENDENCE OF THE VELOCITY VECTOR WITH RESPECT TO THE PART OF SPACIAL COORDINATES

On two classes of solutions of gas dynamics equations	168
On one class of solutions of gas dynamics equations and natural convection	176
On two types of twisted gas streams	189
On two classes of solutions of fluid and gas mechanics equations and their connection with the theory of running waves	197

SOME EXACT SOLUTIONS

On one class of exact solutions of hydrodynamics equations 205
 On some flows of gas in the gravity field 208

PART II

SPECIAL SERIES FOR THE SOLUTION OF MATHEMATICAL
 PHYSICS EQUATIONS

BASIC CONSTRUCTIONS

Special constructions of series for the solution of nonlinear partial differential equations (*with O.V.Kokovikhina*) 217
 Application of special constructions of series to the computation of singularities of generalized solutions of nonlinear equations 225
 Some new analytical methods of investigation of nonlinear wave processes in gas dynamics . . . 238
 Approximate methods for solving nonlinear initial boundary-value problems based on special constructions of series (*with M.Yu.Filimonov, L.G.Korzunin*) 247

NONLINEAR FILTRATION

On some classes of solutions of the nonsteady filtration equation 269
 Analytical representations of solutions of nonlinear parabolic equations of nonsteady filtration type 276
 On some analytical representations of solutions of the nonlinear equation of nonsteady filtration 281

FLOWS ADJOINING THE DOMAIN OF REST

On collapse of potential gas flows adjoining the domain of rest 288
 On solution of some boundary-value problems in the theory of potential gas flows and propagation of weak shock waves 298
 On solution of one boundary-value problem for unsteady flow of gas and propagation of weak spherical shock waves (*with E.N.Zubov*) 302
 Method of solution of some boundary-value problems for nonlinear equations of hyperbolic type and propagation of weak shock waves 314
 Approximate calculation of motion of weak curvilinear shock waves on a uniform background 321
 On exact method of solution of some problems of the theory of spatial supersonic gas flows . . 328
 On some representations of solutions of quasilinear hyperbolic equations 332
 On the behavior of solutions of double shock waves equations in the neighborhood of the domain of rest (*with S.V.Vershinin*) 338
 Approximate method of solution of some problems of spatial outflow of gas into vacuum . . 346
 Application of Characteristic Series to the Solution of Three-Dimensional Problems in Gas Dynamics 354

CONVECTION

Analytical methods of constructions of solutions for nonlinear problems of spatial convection . . 371
 Application of Bershtein polynomials to approximate solution of the problem of natural convection in the horizontal layer (*with O.B.Khairullina*) 381
 Calculation of hexagonal convection in Bernard cells by means of special trigonometrical series (*with O.B.Khairullina*) 390

PART III

SHOCK-FREE COMPRESSION OF GAS

Shock-free compression of barotropic gas	403
A letter to the editor (corrections to the paper by A.F.Sidorov «Shock-free compression of barotropic gas» from the journal «Prikl. matematika i mehanika», 1991, V. 55, №5, P. 769–779)	414
On the interaction of strong waves of rarefaction and compression	414
Optimal adiabatic compression of spherical layers of gas	418
Estimations of limiting degrees of cumulation of energy for unshocked compression of gas	426
Analysis of singularities of nonsteady conic flows of gas	431
Shock-free conical compression and expansion of a gas (with <i>O.B.Khairullina</i>)	437
Mathematical modeling of the processes of unshocked gas compression	448
On the stability of the processes of unlimited unshocked compression of gas	466
Two-dimensional processes of unshocked compression of gas	473
Mathematical modeling of the processes of superstrong compression of gas	482
New regimes of unlimited unshocked compression of gas	484

PART IV

OPTIMAL GRIDS

On one algorithm of calculation of optimal difference grids	490
On one algorithm of calculation of curvilinear grids close to uniform ones	494
On one geometrical way of generation of three-dimensional difference grids (with <i>T.N.Koshkina</i>)	499
Examples of exact construction of optimal grids	506
Variational methods for generation of optimal grids (with <i>O.V.Ushakova, O.B.Khairullina</i>)	512

PART V

APPLIED PROBLEMS

Calculation of temperature tensions in spherical viscoelastic shell (with <i>O.B.Khairullina</i>)	539
Mathematical modeling of vortical gas flows and acoustic processes in the complex geometry channels (with <i>O.V.Kokovikhina, O.B.Khairullina</i>)	544
Bibliography of A.F.Sidorov's works	558