



КУРС

Т.С. Соболева, А.В. Чечкин

Дискретная математика

Königsberg i. Pr. – Holzbrücke



УЧЕБНИК

Электронно-
Библиотечная
Система

Т.С. Соболева, А.В. Чечкин

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА УГЛУБЛЕННЫЙ КУРС

УЧЕБНИК

Под редакцией
доктора физико-математических наук,
профессора *А.В. Чечкина*

*Допущено НМС по математике
Минобрнауки РФ в качестве учебника для студентов
высших учебных заведений технических направлений подготовки
с квалификацией "бакалавр"*

Москва
КУРС
ИНФРА-М
2020

УДК 51(075.8)
ББК 22.176я73
С54

ФЗ
№ 436-ФЗ

Издание не подлежит маркировке
в соответствии с п. 1 ч. 2 ст. 1

Рецензенты:

Е. В. Захаров — д-р физ.-мат. наук, профессор, академик РАЕН, зам. декана факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М. В. Ломоносова);

Ю. О. Пазойский — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Железнодорожные станции и узлы» Московского государственного университета путей сообщения.

Соболева Т.С., Чечкин А.В.

С54 Дискретная математика. Углубленный курс: учебник / под ред. А. В. Чечкина. — М.: КУРС ИНФРА-М, 2020. — 278 с.

ISBN 978-5-906818-11-9 (КУРС)

ISBN 978-5-16-011342-5 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-103525-2 (ИНФРА-М, online)

В учебнике, кроме традиционных вопросов дискретной математики, излагаются вопросы алгебры и топологии, что связано с рассмотрением синтаксиса и семантики языка. Изучаются четкие и нечеткие сведения о точке, энтропия и количество информации в таких сведениях, вопросы математического моделирования баз данных и баз знаний, интеллектуализации систем и связанные с этим вопросы информационно-системной безопасности систем, радикального моделирования и радикального программирования.

Учебник создан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлениям подготовки «Информатика и вычислительная техника», «Информационная безопасность», «Прикладная информатика», «Прикладная математика», «Инфокоммуникационные технологии».

Курс рассчитан на студентов, магистров, аспирантов, научных работников и специалистов в области прикладной математики и современных наукоемких информационных технологий.

УДК 51(075.8)
ББК 22.176я73

Электронно-
Библиотечная
Система
znanium.com

ISBN 978-5-906818-11-9 (КУРС)

ISBN 978-5-16-011342-5 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-103525-2 (ИНФРА-М, online)

© Т.С. Соболева, А.В. Чечкин,
2015, 2019

© КУРС, 2015, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение. Дискретная математика — современная математика	6

ЧАСТЬ I. МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ	17
1.1. Способы задания множеств	17
1.2. Операции над множествами	20
1.3. Характеристическая функция множества	21
1.4. Декартово произведение множеств	24
1.5. Понятие отображения множеств	27
ГЛАВА 2. КОНЕЧНЫЕ И БЕСКОНЕЧНЫЕ МНОЖЕСТВА	30
2.1. Конечные множества и комбинаторика	30
2.2. Перестановки, размещения и сочетания	32
2.3. Метод включений и исключений	34
2.4. Метод рекуррентных соотношений	36
2.5. Счетные множества и производящие функции	39
2.6. Несчетные и континуальные множества	41
ГЛАВА 3. ОТНОШЕНИЯ НА МНОЖЕСТВАХ	42
3.1. Многочестные отношения	42
3.2. Бинарные отношения на множестве	45
3.3. Отношение эквивалентности (сходства)	48
3.4. Отношение порядка (превосходства)	51
ГЛАВА 4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ	56
4.1. Определение и примеры графов	56
4.2. Связность графа	62
4.3. Обзор основных задач теории графов	65
4.4. Расчет сетевого графика	69
4.5. Плоские графы	72
4.6. Сети Петри	74

ЧАСТЬ II. АЛГЕБРА И ТОПОЛОГИЯ

ГЛАВА 5. АЛГЕБРЫ	81
5.1. Алгебраические операции	81
5.2. Алгебры с одной алгебраической операцией. Группы	84

5.3.	Алгебры с двумя алгебраическими операциями. Кольца и поля	88
5.4.	Алгебры с тремя алгебраическими операциями. Булевы алгебры.	91
ГЛАВА 6.	БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ	93
6.1.	Табличное задание булевых функций.	93
6.2.	Аналитическое задание булевых функций	95
6.3.	Полные системы булевых функций.	97
6.4.	Переключательные функции и их минимизация	99
6.5.	Схемы из функциональных элементов. Двоичный сумматор	103
ГЛАВА 7.	ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ.	105
7.1.	Сходимость в топологическом пространстве.	106
7.2.	Сходимость фильтра.	109
7.3.	Решетки	110
7.4.	Булевы решетки подмножеств	113
7.5.	Атомы и шкалы решеток подмножеств	115
7.6.	Координатизация множества	118
ЧАСТЬ III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА		
ГЛАВА 8.	ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ	121
8.1.	Высказывания.	121
8.2.	Формулы логики высказываний	124
8.3.	Правила преобразования формул.	126
8.4.	Нормальные формы формул логики высказываний	132
8.5.	Законы логики высказываний. Тавтологии.	133
ГЛАВА 9.	ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ.	135
9.1.	Предикаты. Кванторы.	135
9.2.	Формулы логики предикатов	137
9.3.	Правила преобразования формул логики предикатов	140
9.4.	Законы логики предикатов. Общезначимые формулы	144
ГЛАВА 10.	ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ	145
10.1.	Аксиоматическая (формальная) теория. Исчисление предикатов.	145
10.2.	Метод резолюций.	149
10.3.	Хорновские дизъюнкты	152
10.4.	Унификация. Метод резолюций в логике предикатов	155

ЧАСТЬ IV. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА (Теория сильноформальных систем)

ГЛАВА 11. СИНТАКСИС ЯЗЫКОВ	158
11.1. Языки	158
11.2. Грамматики	161
11.3. Автоматы	164
ГЛАВА 12. ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ	169
12.1. Понятие алгоритма. Перечислимые и разрешимые множества	169
12.2. Вычислимые функции и рекурсивные функции	172
12.3. Вычислимые функции и машины Тьюринга	175
12.4. Вычислимые функции и нормальные алгоритмы Маркова	181
12.5. Алгоритмически неразрешимые задачи и сложность алгоритмов	184
12.6. Задачи	187
ГЛАВА 13. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОДИРОВАНИЯ	188
13.1. Проблема кодирования сообщений	189
13.2. Расстояние Хемминга	190
13.3. Групповые коды	192
13.4. Хемминговы коды	194

ЧАСТЬ V. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА (Теория слабоформальных систем)

ГЛАВА 14. СЕМАНТИКА ЯЗЫКОВ	196
14.1. Четкие сведения о точке	196
14.2. Четкая информация о точке	202
14.3. Носитель четкой информации о точке	203
14.4. Нечеткие сведения о точке	211
14.5. Количество информации	218
14.6. Данные о точке	221
14.7. Ультрамножество – математическая модель локальной базы данных	224
ГЛАВА 15. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ	226
15.1. Ультраоператор – математическая модель локальной базы знаний	226

15.2.	Сингулярные ультраоператоры	229
15.3.	Канонические ультраоператоры	231
15.4.	Математическая модель распределенной базы данных и знаний.	224
15.5.	Модель лица, принимающего решения (ЛПР)	237
ГЛВА 16.	ПРАГМАТИКА ЯЗЫКОВ	240
16.1.	Интеллектуальные системы и две парадигмы математической информатики	240
16.2.	Системный анализ и целеполагание интеллектуальной системы	243
16.3.	Системный синтез и радикалы (память) интеллектуальной системы	249
16.4.	Функционирование интеллектуальной системы	255
16.5.	Радикальное моделирование и радикальное программирование — этапы интеллектуализации систем	258
	Список литературы	269
	Предметный указатель	270