

В. Н. Афанасьев

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ
НЕПРЕРЫВНЫМИ
ДИНАМИЧЕСКИМИ
СИСТЕМАМИ**



URSS

В. Н. Афанасьев

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ
НЕПРЕРЫВНЫМИ
ДИНАМИЧЕСКИМИ
СИСТЕМАМИ**



URSS

МОСКВА



*Настоящее издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 20–18–00008), не подлежит продаже*

Афанасьев Валерий Николаевич

Математическая теория управления непрерывными динамическими системами.
М.: КРАСАНД, 2020. — 480 с.

Данная книга подготовлена на основе курсов лекций по теории управления, читаемых автором в течение ряда лет студентам департамента прикладной математики Национального Исследовательского Университета «Высшая школа экономики» и физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Содержание книги является существенным развитием отдельных глав книги «Математическая теория конструирования систем управления» (В. Н. Афанасьев, В. Б. Колмановский, В. Р. Носов), изданной в 2003 году, а также дополнением новых разделов теории управления, появившихся в последнее десятилетие (включая материалы последних трех Международных Конгрессов по Автоматическому Управлению (IFAC 2011, 2014, 2018)). В эти же годы автором книги был получен ряд результатов по применению методов синтеза управлений нелинейными неопределенными объектами различной физической природы, основанные на использовании метода линеаризации обратной связью и метода «расширенной линеаризации». Эти методы в отечественной литературе недостаточно освещены. В отдельных главах книги эти методы излагаются более систематически и детально, чем в статьях и докладах иностранных авторов, с расширением их применения в задачах построения управлений нелинейными неопределенными системами.

Изложение материала носит строгий, но доступный характер. Этому способствует рассмотрение конкретных управляемых систем, встречающихся в различных областях механики, космонавтики, медицины

Список литературы в книге не претендует на полноту. В него включены основные как отечественные, так и зарубежные книги и статьи, освещающие современное состояние теории управления. Наряду с этим приведен список некоторых книг прошлых лет, в которых излагаются классические начала теории оптимального управления.

На основе отдельных разделов книги могут читаться курсы для студентов и аспирантов по современной теории управления, а также освоение материала книги поможет пониманию современных статей и монографий по специальным вопросам этой теории. Книга может быть полезной и специалистам, работающим в области управления разнообразными системами.

Издательство «КРАСАНД». 117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.

Формат 60×90/16. Тираж 300 экз. Печ. л. 30. Подписано в печать 07.10.2020. Заказ № 1006.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного электронного оригинал-макета
в АО «Областная типография «Печатный двор»
432049, г. Ульяновск, ул. Пушкирева, 27.

© КРАСАНД, 2020

ISBN 978–5–396–01013–0

27116 ID 256368



9 785396 010130



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Предисловие	8
Предварительные понятия и определения	16
Глава 1. Необходимые условия в задачах конструирования программных движений	43
§ 1.1. Постановка задачи	43
§ 1.2. Задача со свободным правым концом и заданным временем окончания переходного процесса.....	45
§ 1.3. Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в заданный момент окончания переходного процесса	58
§ 1.4. Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в неопределенный момент окончания переходного процесса	68
§ 1.5. Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния во внутренних точках траектории	81
§ 1.6. Задачи оптимизации при наличии ограничений на траекторию.....	84
1.6.1. Интегральные ограничения	84
1.6.2. Ограничения в виде равенства на управляющие переменные	88
1.6.3. Ограничения в виде равенства на функции управления и фазовые координаты	88
1.6.4. Ограничения в виде равенства на функции координат	89
1.6.5. Ограничения, заданные во внутренних точках траектории.....	91
1.6.6. Системы управления движением с разрывными частями во внутренних точках траектории	92
§ 1.7. Некоторые замечания	93

Глава 2. Принцип максимума Понтрягина	96
§ 2.1. Постановка задачи	96
§ 2.2. Задача со свободным правым концом и заданным временем окончания переходного процесса.....	105
§ 2.3. Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в заданный момент окончания переходного процесса	107
§ 2.4. Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в неопределенный момент окончания переходного процесса	115
§ 2.5. Задача об оптимальном быстродействии.....	122
§ 2.6. Задача на оптимум расхода ресурсов	130
§ 2.7. Пример решения задачи оптимального управления с помощью принципа максимума.....	137
§ 2.8. Некоторые замечания по принципу максимума.....	141
Глава 3. Достаточные условия в задачах конструирования программных движений	144
§ 3.1. Постановка задачи	144
§ 3.2. Переход к открытой области изменений управления.....	145
§ 3.3. Управление с обратной связью в задаче с заданным временем окончания переходного процесса.....	146
§ 3.4. Достаточные условия локального минимума при заданном времени окончания переходного процесса.....	150
§ 3.5. Достаточные условия локального минимума при незаданном времени окончания переходного процесса.....	155
§ 3.6. Уравнения для функционала качества	163
§ 3.7. Достаточные условия оптимальности	166
§ 3.8. Некоторые замечания относительно достаточных условий	172
Глава 4. Динамическое программирование	174
§ 4.1. Постановка задачи	174
§ 4.2. Уравнение Гамильтона—Якоби—Беллмана.....	176
§ 4.3. Существование решения уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана.....	182
§ 4.4. Достаточные условия оптимальности	187

§ 4.5. Связь метода динамического программирования с принципом максимума (минимума) Л. С. Понтрягина	189
§ 4.6. Пример решения задачи нахождения оптимального управления с помощью метода динамического программирования.....	190
§ 4.7. Численное решение уравнений динамического программирования	193
§ 4.8. Некоторые замечания по применимости принципа динамического программирования	196
Глава 5. Оптимальное управление линейными объектами	198
§ 5.1. Структурные свойства линейных систем	198
5.1.1. Устойчивость	198
5.1.2. Управляемость	203
5.1.3. Наблюдаемость	205
5.1.4. Приводимость линейных однородных систем.....	206
§ 5.2. Постановка задачи оптимального управления.....	209
§ 5.3. Задача со свободным правым концом и заданным временем окончания переходного процесса.....	212
§ 5.4. Задача о регуляторе выхода	232
§ 5.5. Задача слежения	234
§ 5.6. Задача с фиксированными значениями некоторых переменных состояния в заданный момент окончания переходного процесса	244
§ 5.7. Задача об оптимальном быстродействии при ограничениях на управляющие воздействия	248
§ 5.8. Задача управления при неполной информации о состоянии объекта.....	253
§ 5.9. Некоторые замечания	263
Глава 6. Дифференциальные игры	265
§ 6.1. Постановка задачи	265
§ 6.2. Дифференциальная игра как проблема оптимального управления.....	269
§ 6.3. Линейные игры преследования с квадратичным функционалом.....	273
§ 6.4. Задача на минимум времени перехвата с ограничениями на управления.....	279

§ 6.5. Дифференциальная игра с несколькими игроками в задаче защиты цели.....	281
6.5.1. Дифференциальная игра с распределенной информацией.....	283
6.5.2. Распределенные стратегии для игры «преследователь—убегающий»	286
6.5.3. Дифференциальная игра с шумами	289
6.5.4. Пример.....	291
§ 6.6. Задачи дифференциальных игр с нелинейными неопределенными динамическими объектами	295
§ 6.7. Общие замечания к теории дифференциальных игр.....	303
Глава 7. Некоторые дополнительные вопросы теории управления.....	305
§ 7.1. Существование оптимального управления	305
7.1.1. Постановка задачи и основные определения.....	305
7.1.2. Основная теорема.....	306
7.1.3. Анализ основной теоремы.....	311
§ 7.2. Особые оптимальные управления.....	314
7.2.1. Линейные динамические системы с квадратичным критерием качества	314
7.2.2. Особые решения в задачах оптимизации нелинейных систем	318
7.2.3. Условия в точках сопряжения участков.....	324
§ 7.3. Четеринг-режимы	325
§ 7.4. Скользящие режимы	332
7.4.1. Скользящие оптимальные режимы.....	332
7.4.2. Устойчивость системы со скользящими режимами	340
7.4.3. Стабилизация линейного стационарного объекта.....	347
7.4.4. Условие устойчивости скользящего движения	357
§ 7.5. Общие замечания к обоснованию условий существования оптимального управления	367
Глава 8. Управление системами, линеаризуемыми обратной связью	368
§ 8.1. Постановка задачи	368
§ 8.2. Локальное преобразование координат для SISO систем.....	371
§ 8.3. Локальное преобразование координат для MIMO систем ...	381

§ 8.4. Существование линеаризации нелинейной системы обратной связью	392
§ 8.5. Теоретические основы метода гарантирующего управления нелинейным объектом	409
§ 8.6. Синтез управления на основе уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана	417
§ 8.7. Анализ устойчивости субоптимального решения	422
§ 8.8. Выводы	424
Глава 9. Нелинейные системы с параметрами, зависящими от состояния	426
§ 9.1. Постановка задачи. Математические модели	426
§ 9.2. Задача оптимального и субоптимального управления системами с параметрами, зависящими от состояния	435
9.2.1. Задача оптимального управления с заданным временем окончания переходного процесса	435
9.2.2. Задача субоптимального управления при $T \rightarrow \infty$	442
§ 9.3. Метод расширенной линеаризации в задаче дифференциальной игры	454
9.3.1. Оптимальные управления дифференциальной игры с заданным временем окончания переходного процесса	456
9.3.2. Оптимальные управления дифференциальной игры в неопределенный момент окончания переходного процесса	461
§ 9.4. Пример. Синтез управления для модели реактора на тяжелой воде	466
9.4.1. Постановка задачи	466
9.4.2. Синтез SDRE-управления	468
9.4.3. Гарантирующее управление	471
§ 9.5. Выводы	471
Список дополнительной литературы	473
Summary	478