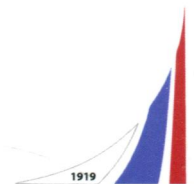
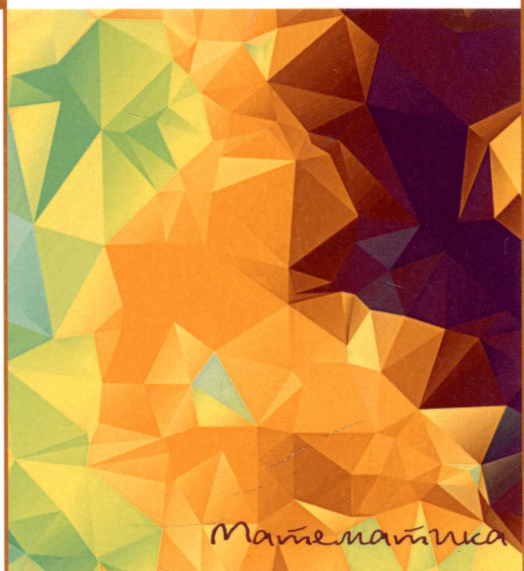


НАУЧНАЯ МЫСЛЬ



ФИНАНСОВЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

*Л.К. Орлик, Г.С. Жукова*

**ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ  
УСТОЙЧИВОСТИ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ**



НАУЧНАЯ МЫСЛЬ

СЕРИЯ ОСНОВАНА В 2008 ГОДУ



Л.К. ОРЛИК  
Г.С. ЖУКОВА

# ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

МОНОГРАФИЯ

Электронно-  
Библиотечная  
znaniium.com

Москва  
ИНФРА-М  
2020

**УДК 517.9(075.4)**  
**ББК 22.161.6**  
**066**

Рецензенты:

*Нефедов Н.Н.*, доктор физико-математических наук, профессор  
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова;  
*Самохин В.Н.*, доктор физико-математических наук, профессор  
Московского политехнического университета

**Орлик Л.К.**

**066** Операторные уравнения и смежные вопросы устойчивости дифференциальных уравнений : монография / Л.К. Орлик, Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 296 с. — (Научная мысль). — DOI 10.12737/1061676.

ISBN 978-5-16-015846-4 (print)

ISBN 978-5-16-108599-8 (online)

Монография посвящена приложению методов функционального анализа к вопросам качественной теории дифференциальных уравнений. Изложен алгоритм приведения дифференциальной краевой задачи к операторному уравнению. Выполнено исследование решений операторных уравнений специального вида в пространствах, полуупорядоченных при помощи конуса, где ограниченность элементов этих пространств понимается как сравнимость их с определенным фиксированным масштабным элементом экспоненциального типа. Найдены представления решений операторных уравнений в виде контурных интегралов, доказаны теоремы существования и единственности таких решений. Получены спектральные критерии ограниченности решений операторных уравнений и, как следствие, достаточные спектральные признаки ограниченности решений дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений в банаховом пространстве. Результаты, полученные для операторных уравнений с операторами и произведением вольтерровых операторов, позволили распространить на некоторые системы уравнений в частных производных известные спектральные критерии устойчивости решений по А.М. Ляпунову, а также обобщить теоремы об экспоненциальной характеристике.

Результаты монографии могут быть полезны при изучении линейных механических и электрических систем, в задачах дифракции электромагнитных волн, в вопросах теории автоматического управления и др.

Предназначена для научных работников, аспирантов, студентов, изучающих функциональный анализ и его приложения к операторным и дифференциальным уравнениям.

**УДК 517.9(075.4)**  
**ББК 22.161.6**

ISBN 978-5-16-015846-4 (print)  
ISBN 978-5-16-108599-8 (online)

© Орлик Л.К., Жукова Г.С.,  
2020

## Оглавление

|   |     |
|---|-----|
| <i>Введение</i> .....   | 5   |
| <b>Глава 1. Линейные операторы в линейных полупорядоченных пространствах: аксиоматика и свойства</b> .....                      | 16  |
| § 1.1. Аксиоматика и примеры линейных полупорядоченных пространств. Конусы.....   | 16  |
| § 1.2. Элемент-функции комплексного переменного.....  | 24  |
| § 1.3. Оператор-функции комплексного переменного.....   | 35  |
| § 1.4. Некоторые типы линейных операторов и их резольвенты.....   | 40  |
| 1.4.1. Ядро конуса. Линейный оператор, ограниченный относительно данного ядра.....  | 45  |
| 1.4.2. Монотонный вольтеров оператор.....   | 50  |
| <b>Глава 2. Операторные уравнения и эквивалентные дифференциальные уравнения</b> .....  | 51  |
| § 2.1. Теоремы существования и единственности для простейшего операторного уравнения с одним оператором.....                    | 54  |
| § 2.2. Решение простейшего линейного операторного уравнения. Вывод основной формулы.....  | 56  |
| § 2.3. Операторное уравнение с ограниченной правой частью. Критерий ограниченности решений.....                                 | 59  |
| § 2.4. Обыкновенные линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. Критерий ограниченности решений.....          | 68  |
| § 2.5. Обыкновенное дифференциальное уравнение с оператором, слабо варьирующим на бесконечности.....                            | 78  |
| § 2.6. Линейное дифференциальное уравнение с постоянным запаздыванием аргумента в банаховом пространстве.....                   | 86  |
| § 2.7. Линейное дифференциальное уравнение с переменным оператором и постоянным запаздыванием аргумента.....                    | 105 |
| § 2.8. Линейное дифференциальное уравнение с переменным оператором и переменным запаздыванием аргумента.....                    | 123 |
| § 2.9. Экспоненциальная характеристика линейного дифференциально-разностного уравнения первого порядка запаздывающего типа..... | 151 |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Глава 3. Операторные уравнения и эквивалентные гиперболические системы.....</b>  | <b>168</b> |
| § 3.1. Теорема существования и единственности для уравнения с $N$ операторами.....  | 170        |
| § 3.2. Линейное уравнение с $N$ операторами. Основная формула для решения.....  | 172        |
| § 3.3. Критерий ограниченности решений линейного уравнения с $N$ операторами.....   | 179        |
| § 3.4. Интегральная формула и критерий ограниченности решений уравнения с $N$ попарно перестановочными операторами.....       | 184        |
| § 3.5. Простейшее операторное уравнение с произведением вольтерровых операторов.....  | 193        |
| § 3.6. Операторное уравнение общего вида. Критерий ограниченности решений.....  | 199        |
| § 3.7. Простейшая гиперболическая система с $N$ независимыми переменными.....   | 206        |
| § 3.8. Гиперболическая система второго порядка с попарно перестановочными операторами.....                                    | 226        |
| <br>  |            |
| <b>Глава 4. Экспоненциальная характеристика некоторых гиперболических систем.....</b>   | <b>236</b> |
| § 4.1. Две леммы.....   | 237        |
| § 4.2. Экспоненциальная характеристика двучленного гиперболического уравнения второго порядка со стационарным оператором..... | 243        |
| § 4.3. Экспоненциальная характеристика двучленного гиперболического уравнения порядка $N$ со стационарным оператором.....     | 257        |
| § 4.4. О порядке экспоненциального роста решений полного линейного уравнения гиперболического типа второго порядка.....       | 268        |
| <br>  |            |
| <i>Исторические и библиографические замечания.....</i>  | <i>277</i> |
| <i>Библиографический список.....</i>  | <i>286</i> |