

А. В. ЗЕНКОВ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ИТ-СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

60

Dr. Waring on Interpolations.

let $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \&c.$ denote n values of the unknown quantity x , whose correspondent values of y let be represented by $s^{\alpha}, s^{\beta}, s^{\gamma}, s^{\delta}, s^{\epsilon}, \&c.$ Then will the equation $a + b x + c x^2 + d x^3 + e x^4 \dots x^{n-1} = y =$

$$\frac{x-\beta \times x-\gamma \times x-\delta \times x-\epsilon \times \&c.}{\alpha-\beta \times \alpha-\gamma \times \alpha-\delta \times \alpha-\epsilon \times \&c.} \times s^{\alpha} + \frac{x-\alpha \times x-\gamma \times x-\delta \times x-\epsilon \times \&c.}{\beta-\alpha \times \beta-\gamma \times \beta-\delta \times \beta-\epsilon \times \&c.} \times s^{\beta} \\ + \frac{x-\alpha \times x-\beta \times x-\delta \times x-\epsilon \times \&c.}{\gamma-\alpha \times \gamma-\beta \times \gamma-\delta \times \gamma-\epsilon \times \&c.} \times s^{\gamma} + \frac{x-\alpha \times x-\beta \times x-\gamma \times x-\epsilon \times \&c.}{\delta-\alpha \times \delta-\beta \times \delta-\gamma \times \delta-\epsilon \times \&c.} \times s^{\delta} \\ + \frac{x-\alpha \times x-\beta \times x-\gamma \times x-\epsilon \times \&c.}{\epsilon-\alpha \times \epsilon-\beta \times \epsilon-\gamma \times \epsilon-\delta \times \epsilon} \times s^{\epsilon} + \&c.$$

DEMONSTRATION.

Write α for x in the equation $y =$

$$\frac{x-\beta \times x-\gamma \times x-\delta \times x-\epsilon \times \&c.}{\alpha-\beta \times \alpha-\gamma \times \alpha-\delta \times \alpha-\epsilon \times \&c.} \times s^{\alpha} + \frac{x-\alpha \times x-\gamma \times x-\delta \times x-\epsilon \times \&c.}{\beta-\alpha \times \beta-\gamma \times \beta-\delta \times \beta-\epsilon \times \&c.} \times s^{\beta} +$$

$\&c.$; and all the terms but the first in the resulting equation will vanish, for each of them contains in its numerator a factor $x-\alpha=\alpha-\alpha=0$; and the equation will become

$$y = \frac{x-\beta \times x-\gamma \times x-\delta \times x-\epsilon \times \&c.}{\alpha-\beta \times \alpha-\gamma \times \alpha-\delta \times \alpha-\epsilon \times \&c.} \times s^{\alpha} = s^{\alpha}.$$

In the same manner, by writing $\beta, \gamma, \delta, \epsilon, \&c.$ successively for x in the given equation it may be proved, that when x is equal to $\beta, \gamma, \delta, \epsilon, \&c.$ then will y become respectively $s^{\beta}, s^{\gamma}, s^{\delta}, s^{\epsilon},$ which was to be demonstrated.

А. В. ЗЕНКОВ

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА
ДЛЯ ИТ-СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

Учебное пособие

Москва Вологда
«Инфра-Инженерия»
2022

УДК 512:517.5
ББК 22.19
3-56

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор кафедры информационных технологий и статистики Уральского государственного экономического университета *Плещёв Владимир Васильевич*;
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры шахматного искусства и компьютерной математики Уральского государственного экономического университета *Мельников Юрий Борисович*

Зенков, А. В.

3-56 Вычислительная математика для IT-специальностей : учебное пособие / А. В. Зенков. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. – 128 с. : ил., табл.
ISBN 978-5-9729-0883-7

Учебное пособие соответствует I-семестровому лекционному курсу, читаемому автором для студентов IT-специальностей. Рассмотрены основные источники погрешностей, действия с приближенными числами, интерполяция, численное дифференцирование и интегрирование, численное решение уравнений, систем уравнений и обыкновенных дифференциальных уравнений. Приведены индивидуальные задания для практических занятий и лабораторных работ, которые предполагаются к выполнению в пакете численных и символьных расчетов Mathcad.

Для студентов прикладного бакалавриата по направлениям «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», «Информатика и вычислительная техника», «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и «Бизнес-информатика».

УДК 512:517.5
ББК 22.19

На обложке приведён фрагмент статьи Э. Варинга 1779 г., в которой впервые была опубликована формула интерполяционного полинома Лагранжа. Этот полином играет важную роль в нашей книге.

Статья находится в открытом доступе по адресу <https://www.jstor.org/stable/106408>

ISBN 978-5-9729-0883-7

© Зенков А. В., 2022

© Издательство «Инфра-Инженерия», 2022

© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия». 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
Введение.....	4
ГЛАВА 1. ПОГРЕШНОСТИ.....	6
1. Источники погрешностей.....	6
2. Абсолютная и относительная погрешности.....	7
3. Действия с приближенными числами.....	9
Правило сложения и вычитания приближенных чисел.....	10
Правило умножения и деления приближенных чисел.....	11
Индивидуальные задания.....	12
Пример решения одного варианта.....	13
Контрольные вопросы.....	14
ГЛАВА 2. АППРОКСИМАЦИЯ И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ФУНКЦИЙ.....	15
Интерполяционный полином Лагранжа.....	18
Погрешность интерполяционного полинома Лагранжа.....	19
Контрольные вопросы.....	21
Лабораторная работа №1. Интерполирование функций.....	22
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ.....	24
Формулы численного дифференцирования для четырех равноотстоящих узлов.....	27
Контрольные вопросы.....	28
Лабораторная работа № 2а. Численное дифференцирование.....	28
ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.....	32
Формула Ньютона-Котеса.....	32
Формула прямоугольников.....	36
Формула трапеций.....	38
Формула Симпсона.....	39
Контрольные вопросы.....	43
Лабораторная работа № 2б. Численное интегрирование.....	43
ГЛАВА 5. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ.....	44
1. Метод половинного деления (дихотомия).....	46
2. Метод итераций (последовательных приближений).....	47
3. Метод Ньютона.....	52
4. Метод секущих.....	57
5. Метод хорд.....	58
Контрольные вопросы.....	59
Лабораторная работа № 3. Численное решение уравнений.....	60

ГЛАВА 6. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ.....	61
Линейные системы.....	61
Метод простой итерации.....	63
Условия сходимости итерационного процесса.....	63
Лабораторная работа № 4а. Решение систем линейных уравнений методом простой итерации.....	70
Метод Зейделя.....	74
Лабораторная работа № 4б. Решение систем линейных уравнений методом Зейделя.....	76
Нелинейные системы.....	80
Контрольные вопросы.....	88
Лабораторная работа № 4в. Решение систем нелинейных уравнений.....	89
ГЛАВА 7. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	94
Метод ломаных Эйлера.....	95
Метод последовательного дифференцирования.....	98
Метод Рунге-Кутты.....	99
Контрольные вопросы.....	103
Лабораторная работа № 5. Численное решение дифференциальных уравнений.....	103
ГЛАВА 8. ПОНЯТИЕ О МЕТОДЕ МОНТЕ-КАРЛО.....	107
Контрольные вопросы.....	115
Лабораторная работа № 6. Вычисление числа Пи методом Монте-Карло.....	115
Литература.....	118
ПРИЛОЖЕНИЕ I.....	119
ПРИЛОЖЕНИЕ II.....	122
ПРИЛОЖЕНИЕ III.....	124