

Д.Л. Абраров

**ТОЧНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ
УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА–ПУАССОНА:
ГЛОБАЛЬНАЯ ДИНАМИКА
И ДЗЕТА-ФУНКЦИИ**



Д.Л. АБРАРОВ

**ТОЧНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ
УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА–ПУАССОНА:
ГЛОБАЛЬНАЯ ДИНАМИКА
И ДЗЕТА-ФУНКЦИИ**

**Москва
Научный мир
2021**

УДК 531/534
ББК 22.21
А16

Абраров Д.Л.

Точная разрешимость уравнений Эйлера–Пуассона: глобальная динамика и дзета-функции – М.: Научный мир, 2021. – 614 с.: 12 с. цветн. ил.

ISBN 978-5-91522-489-5

Обнаруживается и подробно аргументируется точная аналитическая разрешимость классических уравнений Эйлера–Пуассона. Формулы точной разрешимости ассоциированы с прогрессом в программе Ленглендса, объединяющей ключевые современные математические структуры, и связаны с функциональным обобщением классической теории Галуа. Это объясняет невозможность их получения в рамках математического аппарата классической механики, основанного на классических эллиптических функциях. Особое внимание уделяется согласованию эффекта точной разрешимости не только с устоявшейся информацией теоретического характера, но и с новыми экспериментальными данными. Метод исследования работы носит синтетический характер, новизна которого состоит в соединении классической механики, теории эллиптических кривых с рациональными коэффициентами, теоретической физики и экспериментальной механики. Проводится критический анализ классических подходов в динамике тяжелого твердого тела, включая КАМ-теорию. Формулируется программа дальнейших исследований в русле ключевой роли дзета-функции Римана для динамических систем в реальном времени.

Материал ориентирован на специалистов в области теоретической и прикладной механики, математиков, интересующихся приложениями, и научно-педагогических работников.

Фото на обложке взято из свободных источников.

ISBN 978-5-91522-489-5

© Абраров Д.Л., 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Описание эффекта точной разрешимости.....	8
1.1. Введение.....	8
1.2. Структура изложения.....	10
1.3. Стилиевой формат написания работы	11
1.4. Основные цели работы и общий подход к проблеме исследования уравнений Эйлера–Пуассона	13
1.5. Введение в эффект точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	16
1.6. Основа эффекта точной разрешимости – скрытая метрика в евклидовом пространстве с плоскопараллельной гравитацией в виде гамильтониана аналитически возмущенного вертикального матматника	53
1.7. Новые результаты по интегрируемости уравнений Эйлера–Пуассона, индуцированной их 4-м интегралом	62
Глава 2. История и современное состояние проблемы разрешимости	67
2.1. Краткий обзор истории уравнений Эйлера–Пуассона: вклады С.В. Ковалевской и П.В. Харламова.....	67
2.2. Краткий обзор современного состояния деятельности по уравнениям Эйлера–Пуассона	72
2.3. Основные точки зрения на проблему разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	75
2.4. Профильные механики о проблемах уравнений Эйлера–Пуассона.....	78
2.5. Постановка задачи о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона и ее согласование с классическими результатами ..	80
2.6. Новизна подхода и результатов работы.....	81
2.7. Предыстория работы.....	86
Глава 3. Сопоставление эффекта точной разрешимости с накопленной информацией: контекст аналитического продолжения в $t = \infty$...	88
3.1. Естественные вопросы по накопленной информации для уравнений Эйлера–Пуассона.....	88

3.2. Детализация структуры отображения склейки знаков квадратур классических решений уравнений Эйлера–Пуассона	101
3.3. Общие вопросы к классической гамильтоновой механике и, в целом, к классической механике в контексте уравнений Эйлера–Пуассона	112
3.4. Проблема точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона в модельном контексте свойства модулярности кривых E/\mathbb{Q}	113
3.5. Появление дзета-математики в контексте точного общего решения уравнений Эйлера–Пуассона как аналитического продолжения классических решений в $t = \infty$	119
3.6. Ошибки и недоработки классики, связанные с уравнениями Эйлера–Пуассона	121
Глава 4. Основные характеристики эффекта точной разрешимости	134
4.1. Качественные аспекты точной разрешимости: аспекты соответствия «аналитический матмятник – тяжелое твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной точки» в силу уравнений Эйлера–Пуассона	134
4.2. Уравнения Эйлера–Пуассона – аффинная форма уравнений автоколебаний аналитического возмущения вертикального матмятника	156
4.3. Инвариантное описание эффекта точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	178
4.4. Проблема корректности и необходимой корректировки классического рассмотрения уравнений Эйлера–Пуассона.....	195
4.5. Интегралы уравнений Эйлера–Пуассона как законы сохранения.....	209
4.6. Прикладной потенциал эффекта точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	213
4.7. Скрытая симметрия уравнений Эйлера–Пуассона – симметрия аналитической угловой скорости и ее реализации.....	214
4.8. Скрытая симметрия уравнений Эйлера–Пуассона как их фундаментальная супергигроскопическая симметрия.....	225
4.9. Зеркальная симметрия для уравнений Эйлера–Пуассона как каноническая присоединенная бигрупповая структура его фазового пространства	257
Глава 5. Свойство аналитичности уравнений Эйлера–Пуассона как основа эффекта их точной разрешимости	264
5.1. Схема эквивариантного аналитического продолжения решений уравнений Эйлера–Пуассона в контексте метода Ковалевской – сборка аналитической группы $SO_{an}(3, \mathbb{R})$ как аналитической центральной симметрии $3d$ -сферы $\mathbb{S}^3(\mathbb{R})$	264
5.2. Глобальная аналитичность фазового потока уравнений Эйлера–Пуассона: качественный аспект.....	278

5.3. Глобальная непрерывность и аналитичность фазового потока уравнений Эйлера–Пуассона: вычетный аспект	304
5.4. Точная разрешимость уравнений Эйлера–Пуассона как каноническая эквивариантная аналитическая теория Галуа	316
5.5. Геометрическая модель модулярной параметризации кривых E/\mathbb{Q} как отображение эквивариантного центрально-подобного вращения.	320
5.6. Комплексифицированные по времени уравнения Ковалевской – нормальная форма уравнений Эйлера–Пуассона над \mathbb{C} -временем.....	320
5.7. Отображение обратимости по времени уравнений Эйлера–Пуассона как каноническое аналитическое продолжение их классических решений, пропускаемое через фазовый поток тривиального волчка	328
5.8. Инвариантная форма схемы аналитической теории возмущений уравнений Эйлера–Пуассона	332
Глава 6. Верификационные аспекты эффекта точной разрешимости	334
6.1. Аналитическое продолжение классических решений уравнений Эйлера–Пуассона в $t = \infty$ на примере классического математического маятника и волчка Джанибекова	334
6.2. Почему классический плоский математический маятник как аналитическая гамильтонова система не существует	360
6.3. Функционально-арифметическая механика: почему аналитико-арифметические функции $\exp(\zeta(s, E/\mathbb{Q}))$ являются решениями обыкновенных дифференциальных уравнений Эйлера–Пуассона	362
6.4. Глобальная «физическая» и «механическая» геометрия функций $\exp(\zeta(s, E/\mathbb{Q}))$ как решений обыкновенных дифференциальных уравнений Эйлера–Пуассона	374
6.5. Аргументация сочетания векторнозначной структуры континуального отображения фазового потока уравнений Эйлера–Пуассона со скалярной структурой функций $\zeta(s, E/\mathbb{Q})$ и со счетностью множества кривых E/\mathbb{Q}	381
6.6. Геометрический смысл взаимосвязи переменных общего точного решения и базовых переменных уравнений Эйлера–Пуассона.....	385
6.7. Единая геометрическая интерпретация общего решения уравнений Эйлера–Пуассона в контексте небесно-механической, физической и классической интерпретации Пуансо	386
Глава 7. Трехмерная бутылка Клейна и глобальная аналитическая теорема Лиувилля–Арнольда	393
7.1. Определение трехмерной бутылки Клейна и ее производных	393
7.2. Производная аналитическая трехмерная бутылка Клейна как модель фазового потока уравнений Эйлера–Пуассона	398

7.3. Глобальная $5d$ -сферическая геометрическая интерпретация точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	405
7.4. Физическая и механическая интерпретация разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	407
Глава 8. Фундаментальность свойства обратимости по времени для уравнений Эйлера–Пуассона.....	409
8.1. Нетривиальность обратимого времени уравнений Эйлера–Пуассона – основа эффекта их точной разрешимости	409
8.2. Фундаментальная роль свойства обратимости по времени уравнений Эйлера–Пуассона	411
8.3. Математическая модель точной разрешимости и глобальности динамики уравнений Эйлера–Пуассона в контексте глобальной односвязной аналитичности их фазового пространства	413
8.4. Качественные аспекты точной разрешимости	415
8.5. Скрытость гироскопического характера динамики решений уравнений Эйлера–Пуассона от классики	425
Глава 9. Развернутая формулировка и обсуждение основного результата о точной разрешимости	427
9.1. Формулировка утверждения о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	427
9.2. Комментарии к результатам о точной разрешимости.....	438
9.3. Смысл эффекта точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона, основанного на их канонической глобальной линеаризации	440
9.4. Геометрические модели уравнений Эйлера–Пуассона.....	444
9.5. Уравнения Эйлера–Пуассона как система с одной глобальной степенью свободы	445
9.6. Геометрия и динамика самосопряженности оператора $\vec{M}(s)$, представляющего общее решение уравнений Эйлера–Пуассона.....	446
9.7. Фундаментальное решение уравнений Эйлера–Пуассона – тривиальный волчок	448
9.8. Связь детерминизма и хаоса для уравнений Эйлера–Пуассона	449
Глава 10. Доказательство основного результата о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона.....	452
10.1. Выявление глобальной фазовой диагонали и ее координатизация – основная идея доказательства теоремы о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	452
10.2. Структуры, задействованные в доказательстве теоремы о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона.....	454

10.3. Нормировочные геометро-динамические структуры уравнений Эйлера–Пуассона адельного типа.....	459
10.4. Схема доказательства теоремы о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	466
10.5. Трехмерная архимедова спираль как точная разностная схема фазового потока уравнений Эйлера–Пуассона и интерпретация вычислений как общее аналитическое возмущение волчка Эйлера/аналитического матмятника.....	470
10.6. Доказательство теоремы о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	481
10.7. Дополнительные интерпретации объектов из доказательства утверждения о точной разрешимости уравнений Эйлера–Пуассона	510
Глава 11. Конструктивная критика КАМ-теории	517
Глава 12. Актуальные перспективы: конструктивизм и препятствия....	531
12.1. Проблема построения единой модели аналитических систем классической механики как инструмент повышения ее прикладной ценности	531
12.2. Вопросы по взаимодействию фундаментальной науки и технологической практики	533
Глава 13. Справочный материал	537
13.1. Базовая информация по уравнениям Эйлера–Пуассона.....	537
13.2. Эллиптические кривые над \mathbb{Q} и их основные характеристики	555
13.3. Сводка определений по расширениям Галуа.....	562
13.4. Графический материал.....	563
13.5. Обозначения.....	570
Литература	595