

A bright red starburst graphic is located in the upper left corner of the cover. It consists of numerous thin, radiating lines of varying lengths and thicknesses, all originating from a single bright white point. The lines create a sense of motion and energy, extending across the top and left portions of the cover.

А. А. Петунин, А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов

ОПТИМАЛЬНАЯ МАРШРУТИЗАЦИЯ  
ИНСТРУМЕНТА МАШИН ФИГУРНОЙ  
ЛИСТОВОЙ РЕЗКИ С ЧИСЛОВЫМ  
ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
И АЛГОРИТМЫ

Монография

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации  
Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

А. А. Петунин, А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов

**Оптимальная маршрутизация инструмента  
машин фигурной листовой резки  
с числовым программным управлением.  
Математические модели и алгоритмы**

---

---

Монография

Екатеринбург  
Издательство Уральского университета  
2020

УДК 621.9:519.6(035)  
ББК 34.638в6+32.965в6  
П29

Рецензенты:

*А. В. Коновалов*, проф., д-р техн. наук, заведующий лабораторией  
Института машиноведения УрО РАН;

*М. Ю. Хачай*, проф., д-р физ.-мат. наук, заведующий отделом мате-  
матического программирования Института математики и механики  
им. Н. Н. Красовского УрО РАН

Научный редактор — проф., д-р физ.-мат. наук *А. Н. Сесекин*

**Петунин, А. А.**

П29 Оптимальная маршрутизация инструмента машин фигур-  
ной листовой резки с числовым программным управлением.  
Математические модели и алгоритмы : монография /  
А. А. Петунин, А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов ; Мин-во науки и выс-  
шего образования РФ. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та,  
2020. — 247, [1] с.

ISBN 978-5-7996-3016-4

В монографии\* описаны постановки и методы исследования оптимизационных задач марш-  
рутизации инструмента для машин листовой резки с числовым программным управлением.  
Эти задачи возникают при проектировании технологических процессов раскроя листового  
материала. Особое внимание в работе уделено разработанным авторами новым математиче-  
ским моделям и вычислительным алгоритмам маршрутной оптимизации. В основе теоретиче-  
ских конструкций находятся идеи широко понимаемого динамического программирования.

Монография может быть полезна ученым, преподавателям и работникам промышленности,  
специализирующимся в области прикладной математики, исследования операций и си-  
стем автоматизации проектирования, а также аспирантам, магистрантам и студентам стар-  
ших курсов, обучающимся по соответствующим направлениям подготовки.

\* *Результаты исследований получены при выполнении проекта создания и развития научной  
лаборатории «Лаборатория оптимального раскроя промышленных материалов и оптимальных  
маршрутных технологий» в рамках Программы повышения конкурентоспособности Уральского  
федерального университета 5–100–2020 и при поддержке Российского Фонда Фундаментальных  
Исследований (гранты № 17-08-01385, № 20-08-00873).*

УДК 621.9:519.6(035)  
ББК 34.638в6+32.965в6

ISBN 978-5-7996-3016-4

© Уральский федеральный  
университет, 2020

# Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>I ИНЖЕНЕРНЫЕ ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ ИНСТРУМЕНТА МАШИН ЛИСТОВОЙ РЕЗКИ. ОБЩИЕ ПОСТАНОВКИ И ПОДХОДЫ К ИХ РЕШЕНИЮ</b> . . . . .	<b>19</b>
<b>1. МОДЕЛИРОВАНИЕ МАРШРУТА ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ МАШИН ФИГУРНОЙ ЛИСТОВОЙ РЕЗКИ С ЧИСЛОВЫМ ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАДАЧИ</b> . . . . .	<b>21</b>
§ 1.1. Технологии и техники листовой резки на машинах с ЧПУ . . .	21
§ 1.2. Маршрут резки и оптимизационные задачи маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ . . . . .	29
§ 1.3. Технологические ограничения параметров маршрута инструмента машин листовой резки с ЧПУ . . . . .	38
§ 1.3.1. Ограничения координат точек врезки и точек выключения инструмента, обусловленные деформацией материала при врезке . . . . .	38
§ 1.3.2. Условие предшествования . . . . .	40
§ 1.3.3. Эвристические правила термической резки заготовок из листовых материалов . . . . .	42
§ 1.4. Классификация оптимизационных задач маршрутизации инструмента машин фигурной листовой резки с ЧПУ . . . . .	50

<b>2. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИИ ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ МАШИН ЛАЗЕРНОЙ РЕЗКИ С ЧПУ</b>	<b>59</b>
§ 2.1. Точное вычисление целевых функций в задаче оптимизации маршрута резки на примере машины лазерной резки <i>ByStar 3015</i>	59
§ 2.1.1. Вычисление фактического времени лазерной резки машины с ЧПУ в зависимости от параметров управляющей программы и технологических факторов процесса резки	59
§ 2.1.2. Вычисление стоимости резки заготовок на машине с ЧПУ в режиме моделирования процесса резки	65
§ 2.2. Стратегии формирования маршрута режущего инструмента для типовых заготовок на машиностроительном производстве	70
§ 2.2.1. Стратегии проектирования маршрута режущего инструмента для круглых заготовок	72
§ 2.2.2. Стратегии проектирования маршрута режущего инструмента для многоугольных заготовок	79
§ 2.3. Разработка методов учета динамических ограничений в оптимизационных алгоритмах маршрутизации инструмента машин для термической резки листовых заготовок	87

**II МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАРШРУТИЗАЦИИ, СВЯЗАННЫХ С ЛИСТОВОЙ РЕЗКОЙ НА МАШИНАХ С ЧПУ** . . . . . **99**

<b>3. ЗАДАЧА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОБХОДА МЕГАПОЛИСОВ С УСЛОВИЯМИ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ</b>	<b>105</b>
§ 3.1. Используемые соглашения и обозначения	105
§ 3.2. Математическая постановка задачи. Обсуждение на содержательном уровне	109
§ 3.3. Математическая постановка задачи. Объект исследования и некоторые характерные ограничения	111
§ 3.4. Расширение основной маршрутной задачи	123



§ 3.5. Экономичная версия метода динамического программирования	129
§ 3.6. Построение эвристик на базе ДП	137
<b>4. ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ И УСЛОЖНЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ СТОИМОСТИ</b>	<b>141</b>
§ 4.1. Трудности при решении задач маршрутизации	141
§ 4.2. Постановка задач маршрутизации	143
§ 4.3. Динамическое программирование при усложненных функциях стоимости	146
§ 4.4. Локальное улучшение допустимых решений	151
§ 4.5. Алгоритм на функциональном уровне (вставка в начало)	173
§ 4.6. Алгоритм на функциональном уровне (вставка в середину)	185
§ 4.7. Финальная оптимизирующая вставка	191
§ 4.8. Итерационные методы с использованием оптимизирующих вставок (общие соображения)	203
<b>5. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАРШРУТИЗАЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ</b>	<b>207</b>
§ 5.1. Общие подходы к решению задач маршрутизации	207
§ 5.2. Задача маршрутизации перемещений (частная постановка задачи)	209
§ 5.3. Итерационный режим с комбинированием оптимизирующих вставок разной «длины»	213
§ 5.4. Итерационный режим с элементами оптимизации локальных условий предшествования	215
§ 5.5. Итерационный режим со случайным расположением вставок фиксированной «длины»	220
§ 5.6. Вариант «жадного» эвристического алгоритма	221
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>233</b>
<b>Библиографический список</b>	<b>235</b>