

С. В. Иванов, П. С. Мартышко

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

ТЕОРИЯ ПОЛЯ

МАТЕМАТИКА
ДЛЯ
ФИЗИКОВ

150

*подробно
разобранных
примеров*



URSS

ББК 22.161 22.162 22.1я73 22.3я73 22.311

**Иванов Сергей Владимирович,
Мартышко Петр Сергеевич**

Математика для физиков: Функции нескольких переменных. Теория поля. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. — 296 с.

Настоящая книга написана физиками и для физиков. В ней сжато и ясно изложены основы теории функций нескольких переменных и методы теории поля, используемые физиками-теоретиками в повседневной работе. Уровень строгости изложения отвечает уровню, принятому в теоретической физике. Для лучшего освоения материала книга снабжена значительным числом подробно разобранных примеров, многие из которых взяты из области физики.

Книга рассчитана на студентов-физиков и инженеров. Она также может быть использована преподавателями и научными работниками.

12237 ID 165006



НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
 URSS	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Предисловие.....	6
ГЛАВА 1. Дифференциальное исчисление.....	7
1.1. Предварительные сведения.....	7
1.1.1. Функция.....	7
1.1.2. Евклидово пространство.....	7
1.1.3. Базис.....	8
1.1.4. Области в R^n	9
1.1.5. Функции двух и трех переменных.....	10
1.1.6. Криволинейные системы координат.....	15
1.2. Предел функции.....	17
1.2.1. Определение предела в точке.....	17
1.2.2. Определение предела на бесконечности.....	18
1.2.3. Вычисление пределов.....	18
1.2.4. Повторные пределы.....	20
1.3. Непрерывность и разрывы функции.....	22
1.3.1. Определение непрерывности.....	22
1.3.2. Свойства непрерывных функций.....	22
1.3.3. Точки разрыва.....	23
1.4. Частные производные и полный дифференциал.....	24
1.4.1. Определение частной производной.....	24
1.4.2. Теорема о полном приращении функции.....	25
1.4.3. Определение дифференцируемости и полного дифференциала функции.....	26
1.5. Техника дифференцирования.....	29
1.5.1. Сложная функция.....	29
1.5.2. Функция, заданная неявно.....	31
1.5.3. Замена переменных.....	37
1.6. Градиент.....	42
1.6.1. Определение градиента и его свойства.....	42
1.6.2. Оператор Гамильтона.....	44
1.6.3. Формула Лагранжа о конечном приращении.....	46
1.6.4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....	46
1.7. Частные производные высших порядков.....	51
1.7.1. Функция, заданная явно.....	51
1.7.2. Сложная функция.....	52
1.7.3. Функция, заданная неявно.....	53
1.8. Дифференциалы высших порядков.....	58
1.9. Ряд Тейлора.....	62

ГЛАВА 2. Кратные, поверхностные и криволинейные интегралы	67
2.1. Двойной интеграл	67
2.1.1. Определение двойного интеграла и его свойства	67
2.1.2. Сведение двойного интеграла к повторному.....	69
2.1.3. Замена переменных. Коэффициенты Ламе. Якобиан	73
2.1.4. Дополнения	83
2.2. Тройной интеграл	88
2.3. Поверхностный интеграл первого рода	95
2.4. Криволинейный интеграл первого рода	101
2.5. Некоторые приложения	106
ГЛАВА 3. Оптимизация	115
3.1. Экстремум функции нескольких переменных	115
3.1.1. Безусловный экстремум	115
3.1.2. Условный экстремум. Функция Лагранжа.....	117
3.1.3. Глобальный экстремум.....	121
3.2. Вариационное исчисление	130
3.2.1. Функционал от функции одной переменной. Уравнение Эйлера.....	130
3.2.2. Классические задачи.....	133
3.2.3. Функционал от нескольких функций одной и той же переменной.....	143
3.2.4. Вариационные задачи в параметрической форме	143
3.2.5. Вариационные принципы механики.....	145
3.2.6. Функционал, зависящий от производных высшего порядка. Уравнение Эйлера–Пуассона	157
3.2.7. Функционал от функции нескольких переменных	161
3.2.8. Уравнения математической физики	163
3.2.9. Изопериметрические задачи	172
ГЛАВА 4. Теория поля	178
4.1. Основные формулы векторной алгебры	178
4.1.1. Векторы и системы координат.....	178
4.1.2. Произведения векторов	181
4.1.3. Тензорные обозначения.....	187
4.1.4. Векторная функция скалярного аргумента.....	190
4.2. Стартовые понятия теории поля	197
4.2.1. Скалярное поле	197
4.2.2. Векторное поле	198
4.3. Поток вектора (поверхностный интеграл второго рода)	201
4.3.1. Определение потока вектора.....	201
4.3.2. Вычисление потока вектора (поверхностного интеграла второго рода) через незамкнутую поверхность	204

4.3.3. Поток вектора через замкнутую поверхность. Дивергенция. Теорема Гаусса–Остроградского.....	217
4.3.4. Применение теоремы Гаусса–Остроградского к некоторым физическим задачам.....	223
4.4. Криволинейный интеграл второго рода	235
4.4.1. Определение и вычисление криволинейного интеграла второго рода.....	235
4.4.2. Циркуляция вектора. Ротор. Теорема Стокса.....	240
4.5. Дифференциальные операции с векторными и скалярными полями.....	251
4.5.1. Векторные дифференциальные операции первого порядка. Символический метод вычислений.....	251
4.5.2. Векторные дифференциальные операции второго порядка.....	255
4.6. Соленоидальное поле.....	259
4.6.1. Определение и свойства соленоидального поля	259
4.6.2. Трубка тока.....	262
4.6.3. Векторный потенциал.....	262
4.7. Потенциальное поле.....	266
4.7.1. Определение и свойства потенциального поля	266
4.7.2. Восстановление скалярного потенциала.....	268
4.8. Лапласово поле. Гармонические функции	275
4.9. Теорема Гельмгольца. Уравнения Максвелла	276
4.10. Интегральные теоремы для полей специального вида	279
4.10.1. Варианты теоремы Гаусса–Остроградского. Формулы Грина	279
4.10.2. Варианты теоремы Стокса	283
4.11. Основные формулы теории поля в ортогональных криволинейных координатах.....	285
4.11.1. Общие соотношения и определения.....	285
4.11.2. Цилиндрические координаты	288
4.11.3. Сферические координаты.....	290
Литература.....	294