

Н. В. Пеньков

КОАГУЛЯЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ

г. Екатеринбург—2006 г.

Н.В. Пеньков

**КОАГУЛЯЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ**

г. Екатеринбург – 2006 г.

УДК 541.18.04
66.01.517

Рецензент – доктор физ-мат. наук *Филиппов Б. Н.*

Редакционная коллегия:

К. В. Ткачев (отв. редактор), профессор, докт. тех. наук
Т. Е. Стахровская, канд. техн. наук
Л. А. Малыш, ст. научный сотрудник

Коагуляционные процессы в дисперсных системах. – Екатеринбург: Изд-во «Сократ», 2006. – 260 с, монография доктора физико-математических наук Пенькова Николая Васильевича.

В монографии рассмотрен ряд важных проблем теории коагуляции, по каждой из них получены принципиальные результаты, которые могут быть использованы в повседневной инженерной практике.

По каждой из рассмотренных проблем приведены примеры с их решением.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ.....	11
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПАРНОЙ КОАГУЛЯЦИИ.....	15
1.1. Свободная коагуляция.....	15
1.1.1. Дискретный спектр.....	15
1.1.2. Непрерывный спектр.....	16
1.1.3. Уравнения для моментов.....	16
1.1.4. Типы ядер.....	17
1.1.5. Существование и единственность задачи Коши.....	19
1.1.6. Решение уравнения Смолуховского для модельных ядер.....	19
1.1.7. Самосохраняющиеся спектры.....	26
1.1.8. Диффузионное приближение.....	28
1.2. Коагуляция с источником и стоком.....	30
1.2.1. Дискретный спектр.....	31
1.2.2. Непрерывный спектр.....	32
1.3. Рост крупных частиц за счет мелкой фракции.....	33
1.3.1. Дискретный спектр.....	34
1.3.2. Непрерывный спектр.....	34
1.3.3. Аналитические методы решения.....	36
1.3.4. Приближение непрерывного роста.....	38
1.4. Основные результаты.....	41
ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПАРНОЙ КОАГУЛЯЦИИ СМЕСЕЙ.....	42
2.1. Свободная коагуляция смесей. Основные уравнения.....	42
2.1.1. Дискретный спектр.....	42
2.1.2. Непрерывный спектр.....	43
2.1.3. Уравнения для моментов.....	44
2.1.4. Аналитические методы решения многомерного уравнения Смолуховского для модельных ядер.....	46
2.2. Представление многомерного интегро-дифференциального уравнения парной коагуляции эквивалентными уравнениями.....	62
2.2.1. Диффузионное приближение.....	63
2.2.2. Уравнение типа Фоккера-Планка.....	63
2.3. Несимметричная теория коагуляции бинарных смесей. Основные уравнения.....	65
2.3.1. Законы сохранения.....	66
2.3.2. Укрупнение частиц.....	67
2.3.3. Диффузионное приближение.....	68
2.4. Коагуляция смесей с источником и стоком. Основные уравнения.....	70
2.4.1. Законы сохранения.....	71
2.4.2. Уравнения для моментов.....	72
2.4.3. Аналитические методы решения.....	73
2.4.4. Несимметричный вариант процесса коагуляции бинарных смесей.....	78
2.5. Основные результаты.....	79

ГЛАВА 3. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЩЕЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КОАГУЛЯЦИИ.....	81
3.1. Основные уравнения.....	81
3.1.1. Дискретный спектр.....	81
3.1.2. Общее уравнение коагуляции для дискретного спектра.....	82
3.1.3. Непрерывный спектр.....	84
3.1.4. Общее уравнение коагуляции для непрерывного спектра.....	84
3.2. Уравнения для моментов.....	85
3.2.1. Дискретный спектр.....	85
3.2.2. Непрерывный спектр.....	86
3.3. Решение системы парциальных кинетических уравнений коагуляции для модельных ядер.....	86
3.3.1. Ядро, не зависящее от масс коагулирующих частиц.....	87
3.3.2. Ядро, пропорциональное сумме масс коагулирующих частиц.....	89
3.3.3. Ядро, пропорциональное произведению масс коагулирующих час- тиц.....	92
3.3.4. Линейная суперпозиция простых ядер.....	94
3.4. Решение парциального интегро-дифференциального кинетического уравнения коагуляции для модельных ядер.....	97
3.4.1. Ядро, не зависящее от масс коагулирующих частиц.....	97
3.4.2. Ядро, зависящее от суммы масс коагулирующих частиц.....	99
3.4.3. Ядро, зависящее от произведения масс коагулирующих частиц.....	102
3.4.4. Линейная суперпозиция простых ядер.....	104
3.4.5. Автомодельные решения.....	106
3.5. Решение общего кинетического уравнения коагуляции для модель- ных ядер. Дискретный спектр.....	108
3.5.1. Ядра, пропорциональные сумме масс коагулирующих частиц.....	109
3.5.2. Ядра, пропорциональные произведению масс коагулирующих час- тиц.....	112
3.6. Решение общего кинетического уравнения коагуляции для модель- ных ядер. Непрерывный спектр.....	115
3.6.1. Ядра, пропорциональные сумме масс коагулирующих частиц.....	115
3.6.2. Ядра, пропорциональные произведению масс коагулирующих час- тиц.....	118
3.7. Коагуляционные процессы в присутствии стока и внешнего источни- ка частиц.....	121
3.7.1. Законы сохранения.....	121
3.7.2. Уравнения для моментов.....	122
3.7.3. Аналитические методы решения для модельных ядер. Дискретный спектр.....	123
3.7.4. Аналитические методы решения для модельных ядер. Непрерыв- ный спектр.....	124
3.8. Основные результаты.....	125
ГЛАВА 4. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЩЕЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КОАГУЛЯЦИИ СМЕСЕЙ.....	126
4.1. Основные уравнения.....	126
4.1.1. Дискретный спектр.....	126
4.1.2. Законы сохранения.....	127
4.1.3. Непрерывный спектр.....	128

4.2. Уравнения для моментов.....	129
4.2.1. Дискретный спектр.....	129
4.2.2. Непрерывный спектр.....	129
4.3. Решение системы парциальных кинетических уравнений коагуляции смесей для модельных ядер.....	132
4.3.1. Ядро, не зависящее от масс коагулирующих частиц.....	133
4.3.2. Ядро $G_k = \sum_{j=1}^m b_{kj}(S_{j1} + S_{j2} + \dots + S_{jk})$	134
4.3.3. Ядро $G_k = \gamma_2 \prod_{l=1}^k \left(\sum_{j=1}^m C_j S_{jl} \right)$	138
4.3.4. Линейная суперпозиция простых ядер.....	140
4.4. Решение парциального интегро-дифференциального кинетического уравнения коагуляции для модельных ядер.....	144
4.4.1. Ядро, не зависящее от масс коагулирующих частиц.....	145
4.4.2. Ядро $G_k = \gamma_0 \sum_{j=1}^m b_j(S_{j1} + S_{j2} + \dots + S_{jk})$	146
4.4.3. Ядро $G_k = \gamma_2 \prod_{l=1}^k \left(\sum_{j=1}^m C_j S_{jl} \right)$	149
4.4.4. Линейная суперпозиция простых ядер.....	151
4.5. Решение общей системы кинетических уравнений коагуляции смесей для модельных ядер. Дискретный спектр.....	153
4.5.1. Ядра $G_k = \sum_{j=1}^m b_{kj}(S_{j1} + S_{j2} + \dots + S_{jk})$, $k = 2, 3$,.....	153
4.5.2. Ядра $G_k = \gamma_2 \prod_{l=1}^k \left(\sum_{j=1}^m C_j S_{jl} \right)$, $k = 2, 3$,.....	157
4.6. Решение общего кинетического уравнения коагуляции смесей Непрерывный спектр.....	160
4.6.1. Ядра $G_k = \sum_{j=1}^m b_{kj} \sum_{i=1}^k S_{ji}$, $k = 2, 3$,.....	160
4.6.2. Ядра $G_k = \gamma_2 \prod_{i=1}^k \left(\sum_{j=1}^m C_j S_{ji} \right)$, $k = 2, 3$,.....	164
4.7. Процессы коагуляции смесей в присутствии стока и внешнего источника композиционных частиц.....	167
4.7.1. Основные уравнения.....	167
4.7.2. Законы сохранения.....	168
4.7.3. Уравнения для моментов.....	169
4.7.4. Аналитические методы решения для модельных ядер. Дискретный спектр.....	172
4.7.5. Аналитические методы решения для модельных ядер. Непрерывный спектр.....	173
4.8. Основные результаты.....	174

ГЛАВА 5. ПСЕВДОЛИНЕЙНЫЙ ВАРИАНТ ОБЩЕЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КОАГУЛЯЦИИ.....		175
5.1. Кинетические уравнения для спектра масс.....		175
5.1.1. Основные уравнения. Дискретный спектр.....		175
5.1.2. Основные уравнения. Непрерывный спектр.....		177
5.1.3. Законы сохранения.....		178
5.1.4. О существовании и единственности решений.....		178
5.1.5. Об аналитических методах решения. Дискретный спектр.....		179
5.2. Коагуляция в присутствии стока и внешнего источника частиц. Ос- новные уравнения.....		181
5.2.1. Законы сохранения.....		182
5.2.2. Аналитические методы решения. Дискретный спектр.....		182
Непрерывный спектр.....		183
5.3. Псевдолинейный вариант кинетической теории коагуляции смесей Основные уравнения.....		184
5.3.1. Дискретный спектр.....		184
5.3.2. Непрерывный спектр.....		186
5.3.3. Законы сохранения.....		187
5.3.4. О существовании и единственности решения многомерных псевдо- линейных кинетических уравнений коагуляции.....		188
5.3.5. Об аналитических методах решения.....		189
Дискретный спектр.....		189
Непрерывный спектр.....		190
5.4. Псевдолинейный вариант кинетической теории коагуляции смесей в присутствии стока и внешнего источника композиционных частиц....		191
5.4.1. Основные уравнения.....		191
5.4.2. Законы сохранения.....		191
5.4.3. Аналитические методы решения.....		191
Дискретный спектр.....		192
Непрерывный спектр.....		192
5.5. Представление псевдолинейного кинетического уравнения коагуля- ции эквивалентными уравнениями.....		193
Уравнения типа Фоккера-Планка.....		194
5.6. Псевдолинейный вариант общей кинетической теории процесса ук- рупнения частиц.....		195
5.6.1. Основные уравнения.....		196
5.6.2. Многомерный вариант.....		198
5.7. Условия согласования.....		201
5.8. Основные результаты.....		202
ГЛАВА 6. ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОАГУЛИРУЮЩИХ ДИСПЕРС- НЫХ СИСТЕМАХ С РАСПАДАЮЩИМИСЯ ЧАСТИЦАМИ.....		203
Основные представления кинетической теории дробления частиц.....		203
6.1. Основные уравнения. Дискретный спектр.....		204
6.1.1. Парциальные уравнения.....		204
6.1.2. Законы сохранения.....		206
6.1.3. Общая система кинетических уравнений дробления.....		206
6.2. Основные уравнения. Непрерывный спектр.....		207

6.2.1. Парциальные уравнения.....	207
6.2.2. Законы сохранения.....	210
6.2.3. Общие кинетические уравнения дробления.....	210
6.2.4. Представление кинетического уравнения дробления эквивалентными уравнениями без сдвига аргумента.....	212
6.2.5. Диффузионное приближение.....	212
6.3. Общие кинетические уравнения коагуляции с дроблением частиц.....	213
6.3.1. Дискретный спектр.....	213
6.3.2. Непрерывный спектр.....	215
6.3.3. Формирование стационарных спектров.....	217
6.3.4. Условия согласования.....	219
6.4. Основные результаты.....	220

ГЛАВА 7. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

КОАГУЛЯЦИИ И ДРОБЛЕНИЯ ЧАСТИЦ.....	222
7.1. Методы моделирования стохастических процессов коагуляции.....	223
7.1.1. Распределение Пуассона.....	223
7.1.2. Стохастические кинетические уравнения коагуляции.....	224
7.1.3. Аналитические методы решения.....	226
7.2. Стохастическое кинетическое уравнение дробления частиц.....	229
7.3. Стохастическое уравнение коагуляции с дроблением частиц.....	230
7.3.1. Принцип детального равновесия.....	231
7.3.2. Уравнение для производящей функции.....	231
7.4. Стохастические кинетические уравнения коагуляции смесей.....	232
7.4.1. Аналитические методы решения.....	234
7.5. Пространственно-неоднородные дисперсные системы.....	237
7.5.1. Диффузионная модель.....	238
7.5.2. E – функция.....	240
7.5.3. Ячеечная модель.....	241
7.6. Основные результаты.....	242

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	244
ЛИТЕРАТУРА.....	246