

В. Т. Гринченко
В. Т. Мацыпура
А. А. Снарский

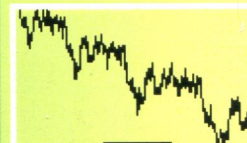
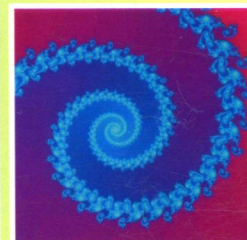
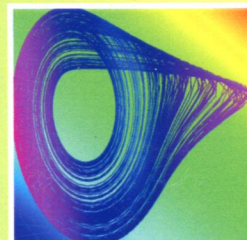
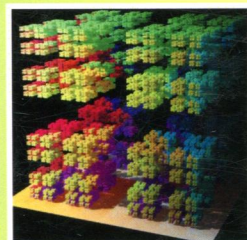
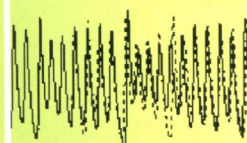
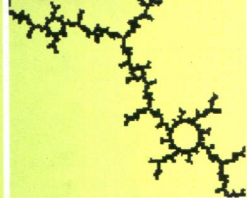
ВВЕДЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНУЮ

ДИНАМИКУ

Хаос

и

фракталы



URSS

В. Т. Гринченко, В. Т. Мацыпура, А. А. Снарский

ВВЕДЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНУЮ ДИНАМИКУ

Хаос и фракталы

Издание четвертое



URSS

МОСКВА

ББК 22.318 22.30 22.10 22.161.7

**Гринченко Виктор Тимофеевич,
Мацпура Владимир Тимофеевич,
Снарский Андрей Александрович**

Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. Изд. 4-е.
М.: ЛЕНАНД, 2015. — 282 с.

В настоящей книге изложены вводные понятия о явлении динамического хаоса в нелинейных системах. Открытие хаотических режимов в нелинейных системах, моделируемых детерминированными соотношениями, явилось одним из важнейших достижений науки второй половины XX столетия. В книге приведены начальные сведения о фрактальных структурах, которые можно встретить во многих явлениях природы и которые используются при описании хаотических процессов в нелинейных системах.

Книга может быть полезна широкому кругу читателей, имеющих достаточное физико-математическое образование.

Рецензенты:

академик Национальной академии наук Украины В. М. Локтев;
профессор И. Т. Селезов

Формат 60×90/16. Печ. л. 17,625. Зак. № ЕС-95.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-1674-8

© ЛЕНАНД, 2014

17146 ID 193054



9 785971 016748

| | |
|---|---|
| НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА | |
|  | E-mail: URSS@URSS.ru |
| | Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru |
| | Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45 |
| | URSS |

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| Предисловие..... | 7 |
| Глава 1. Фракталы..... | 11 |
| 1.1. Фрактальная геометрия природы..... | 11 |
| 1.2. Длина береговой линии..... | 16 |
| 1.3. Фрактальные размерности множеств..... | 21 |
| 1.4. Регулярные самоподобные фракталы..... | 29 |
| 1.4.1. Множество Кантора..... | 29 |
| 1.4.2. Снежинка Коха..... | 32 |
| 1.4.3. Салфетка Серпинского..... | 34 |
| 1.4.4. Губка Менгера..... | 38 |
| 1.4.5. Ещё одно определение фрактала..... | 39 |
| 1.4.6. Кривые Пеано..... | 40 |
| 1.4.7. Функция Вейерштрасса..... | 44 |
| 1.5. Итерации линейных систем..... | 46 |
| 1.5.1. Детерминированный алгоритм..... | 47 |
| 1.5.2. Метод случайных итераций..... | 52 |
| 1.5.3. Расширение возможностей..... | 56 |
| 1.5.4. Лист папоротника..... | 59 |
| 1.6. Нелинейные комплексные отображения..... | 62 |
| 1.6.1. Неподвижные точки. Циклы. Аттракторы..... | 63 |
| 1.6.2. Множества Жюлиа квадратичного отображения..... | 66 |
| 1.6.3. Множество Мандельброта и сопутствующие ему множества Жюлиа..... | 73 |

| | |
|---|-----------|
| 1.6.4. Множества Жюлиа и хаос..... | 79 |
| 1.6.5. Итерации Ньютона..... | 82 |
| Глава 2. Детерминированный хаос..... | 89 |
| 2.1. Линейные и нелинейные математические модели..... | 89 |
| 2.2. Что такое динамическая система?..... | 93 |
| 2.3. Фазовое пространство динамической системы..... | 96 |
| 2.4. Фазовый портрет колебательной системы с одной степеню свободы..... | 99 |
| 2.4.1. Консервативный осциллятор..... | 101 |
| 2.4.2. Линейный осциллятор с затуханием..... | 109 |
| 2.5. Линейный анализ устойчивости..... | 111 |
| 2.6. Изменение фазового объёма..... | 121 |
| 2.7. Предельные циклы..... | 126 |
| 2.8. Характеристические показатели Ляпунова..... | 132 |
| 2.9. Структурная устойчивость и бифуркации динамических систем..... | 142 |
| 2.9.1. Бифуркации состояний равновесия..... | 143 |
| 2.9.2. Бифуркации периодических решений..... | 147 |
| 2.10. Сечение Пуанкаре..... | 149 |
| 2.11. Нелинейные системы с дискретным временем..... | 154 |
| 2.11.1. Логистическое отображение..... | 155 |
| 2.11.2. Бифуркационная диаграмма логистического отображения..... | 166 |
| 2.11.3. Два фундаментальных свойства отображения, определяющих состояние хаоса в системе..... | 173 |
| 2.11.4. Переход к хаосу через перемежаемость..... | 177 |

| | |
|--|------------|
| 2.12. Странный аттрактор в диссипативной нелинейной системе..... | 181 |
| 2.13. Примеры хаоса в диссипативных динамических системах..... | 190 |
| 2.13.1. Система Лоренца..... | 190 |
| 2.13.2. Система Рёсслера..... | 210 |
| 2.13.3. Отображение Эно..... | 213 |
| 2.13.4. Нелинейный осциллятор при гармоническом внешнем воздействии..... | 220 |
| 2.14. Физические эксперименты с хаотическими системами..... | 226 |
| 2.14.1. Нелинейный электрический контур при гармоническом внешнем воздействии..... | 226 |
| 2.14.2. Электронный генератор Чуа..... | 230 |
| 2.14.3. Подтекающий водопроводный кран..... | 245 |
| 2.14.4. Явление детерминированного хаоса в самодуальных средах..... | 246 |
| Приложение. От акустики древнегреческого театра до локализации Андерсона | 257 |
| Заключение..... | 274 |
| Список литературы..... | 278 |