



ЛЕКЦИИ ШКОЛЫ
АНАЛИЗА ДАННЫХ ЯНДЕКСА

А. Н. Ширяев

Вероятностно- статистические методы в теории принятия решений

Яндекс

ИЗДАНИЕ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ
ПРИ ПОДДЕРЖКЕ КОМПАНИИ «ЯНДЕКС»

ЛЕКЦИИ ШКОЛЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ ЯНДЕКСА

А. Н. Ширяев

Вероятностно-статистические методы
в теории принятия решений

Издание второе, новое

Москва
МЦНМО
2014

УДК 519.21(075.8)

ББК 22.171

Ш64

Ширяев А. Н.

Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений. — 2-е изд., новое. — М.: МЦНМО, 2014. — 144 с.

ISBN 978-5-4439-0247-0

В курсе лекций автор описывает методы принятия решений в условиях неопределенности, моделируемой случайными процессами. Рассматриваются процессы, вероятностные характеристики, которых могут внезапно меняться. Описываемые модели и методы нацелены на обнаружение (оценки) этих моментов.

Книга рассчитана на исследователей, создающих автоматические системы для управления сложными объектами. Освоение ее инженерами не только даст в руки им новые методы, но и откроет специальную область современной математики, которая востребована практикой, но малоизвестна, так как изложена в книгах и статьях, рассчитанных только на профессиональных математиков.

Первое издание выходило в 2011 году.

ББК 22.171

Альберт Николаевич Ширяев

ВЕРЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Подписано в печать 14.08.2014. Формат 60×90¹/₆. Бумага офсетная № 1.

Печать офсетная. Печ. л. 9. Тираж 1000 экз. Заказ № 1531.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.

119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83.7

Отпечатано в ППП «Типография „Наука“».

121099, Москва, Шубинский пер., 6.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга», Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mccme.ru

© Ширяев А. Н., 2014.

© ООО «Яндекс», 2014.

© МЦНМО, 2014.

978-5-4439-0247-0

Оглавление

Предисловие	5
Вступление	8
Глава 1	
Ключевые статистики и тесты в теории принятия решений в задачах различения двух гипотез по фиксированному числу наблюдений. Дискретное время	12
Глава 2	
Ключевые статистики и последовательные тесты в задачах различения двух гипотез. Дискретное время	24
Глава 3	
Некоторые широко используемые статистики в задаче скорейшего обнаружения момента появления разрядки	34
Глава 4	
О различении двух гипотез для броуновского движения. Сравнение методов Неймана—Пирсона и Вальда	43
Глава 5	
Об основных постановках задач скорейшего обнаружения изменения сноса у броуновского движения	59
Глава 6	
Система наблюдения, основанная на процедуре Вальда, в предположении появления разрядки на фоне установившегося режима наблюдения	68
Глава 7	
Система наблюдения, основанная на процедуре Неймана—Пирсона, в предположении появления разрядки на фоне установившегося режима наблюдения	72

Глава 8

Постановка задачи о разладке в байесовском варианте и ее редукция к задаче об оптимальной остановке для марковского процесса. I. Случай дискретного времени 78

Глава 9

Постановка задачи о разладке в байесовском варианте и ее редукция к задаче об оптимальной остановке для марковского процесса. II. Случай непрерывного времени 83

Глава 10

Решение задачи об оптимальной остановке для марковского процесса в байесовской и условно-вариационной постановках задач о разладке для броуновского движения 92

Приложение А

Важные теоремы из стохастического анализа 100

А.1. Некоторые общие принципы стохастического анализа . 100

А.2. Теорема об остановке 102

А.3. Принцип отражения для броуновского движения 110

А.4. Теорема Гирсанова для броуновского движения 112

А.5. Теорема Леви (о совместном распределении B и $\sup B$) и ее обобщение 114

А.6. Прямые и обратные уравнения Колмогорова 117

А.7. Процессы Ито и формула Ито 118

Приложение В

Вероятностные свойства момента $\tau_a = \inf\{t \geq 0: B_t \geq a\}$ 124

Приложение С

Вероятностные свойства момента $\sigma_a = \inf\{t \geq 0: |B_t| \geq a\}$ 128

Приложение D

Критерий согласия Колмогорова и Смирнова 131

Приложение E

Свойства момента $\tau_{ab} = \inf\{t \geq 0: B_t - bt \geq a\}$, $a > 0$ 137

Список литературы 143