

Физико-
Математическое
Наследие

Д. Д. ЕФРЕМОВ

**НОВАЯ
ГЕОМЕТРИЯ
ТРЕУГОЛЬНИКА**

Более 200
упражнений



Математика
Геометрия



URSS

Д. Д. Ефремов

**НОВАЯ
ГЕОМЕТРИЯ
ТРЕУГОЛЬНИКА**

Издание второе



URSS

МОСКВА

Ефремов Дмитрий Дмитриевич

Новая геометрия треугольника. Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2015.
352 с. (Физико-математическое наследие: математика (геометрия).)

Вниманию читателей предлагается один из первых в России трудов по геометрии, в котором систематически изложены результаты исследования геометрических фигур, так или иначе связанных с треугольником. Эти результаты составили целый отдел в планиметрии, получивший в зарубежных изданиях название «новая геометрия треугольника».

Книга рекомендуется математикам-геометрам, преподавателям и студентам естественных и педагогических вузов, учителям средних школ и руководителям математических кружков, а также широкому кругу любителей математики.

Формат 60×90/16. Печ. л. 22. Зак. № ИТ-29.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

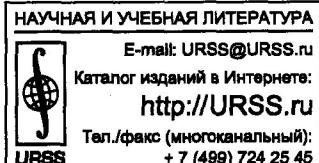
ISBN 978-5-9710-2186-5

© ЛЕНАНД, оформление, 2015

18050 ID 200083



9 785971 021865



СОДЕРЖАНИЕ.

Предисловіе	Стр. 3
Глава I. О трансверсаляхъ и прямыхъ Чевы.	5
Съкущая или трансверсалъ (1). Теорема Фалеса (2). Теорема Паскаля (3). Теорема Менелая (5). Теорема Карно (6). Биссектрисы. (7). Теорема Симсона (9). Теорема Сальмона (10). Теорема Паскаля (11). Теоремы Чевы (13). Медіаны. (15). Высоты тр-ка (16). Теорема Архимеда (16). Медіатрисы (21). Пряная Эйлера (23). Точки Эйлера (24). Теорема Эйлера (24). Окружность Эйлера (25). Теорема Гамильтбна (27). Теорема Фейербаха (28). Центръ среднихъ расстояній (30). Теорема Папца (31). Теорема Карно (32). Теорема Теркема (33). Теорема Жергоне (35). Дополнительный тр-к (37). Теорема Хузеля (39). Ортоцентрический тр-к (40). Теорема Нагеля (43). Полный чет-къ (44). Теорема Гаусса (45). Теорема Микеля (46). Точка Микеля (47). Теорема Обера (48). Пряная Обера (49). Теорема Понселе (50). Упражненія.	
Глава II. О рядахъ и пучкахъ.	28
Теорема Эйлера (2). Ангармоническое отношеніе точекъ (4). Проективные ряды (9). Конциклические точки (18). Теорема Брайаншона (22). Теорема Ньютона (23). Теорема Дезарга (24). Гомологичные тр-ки (25). Гомологичныи фигуры (29). Гомотетичныи фигуры (30). Теорема Даламбера (35). Гармонические точки (36). Гармонические пучки (42). Теорема Паппа (48). Конциклические гармонические точки (49). Центры проективныхъ рядовъ (50). Гомографія (52). Инволюція (55). Соотношенія Дезарга (60). Теорема Дезарга (63). Упражненія.	
Глава III. О полярахъ и радикальныхъ осяхъ.	56
Полюстъ и поляра (1). Точки и прямые, сопряженныи относительно окружности (7). Автополярный тр-къ (11). Теорема Ньютона (12). Теорема Сальмона (13). Взаимно-полярныи фигуры (15). Теорема Паппа (17). Теорема Шапла (19). Степень точки (22). Радикальная ось (28). Теорема Монжа (34). Радикальный центръ (36). Ортогональная окружность (37). Окружности гомотетіи (41). Антигомологичныи точки окружностей (46). Соосныи окружности (52). Пучки окружностей (55). Основныи точки (58). Предельныи точки (59). Сопряженныи пучки окружностей (67). Радикальная окружности (69). Упражненія.	
Глава IV. Объ обратныхъ фигурахъ.	85
Обратныи точки и фигуры (1). Инверсія (2). Теорема Птоломея I (31). Теорема Птоломея II (33). Теорема Птоломея III (24). Теорема Паппа (31). Теорема Кази (32). Теорема Фейербаха (34). Теорема Гарта (36). Медіаны чет-ка (38). Ортодіагональные чет-ки (39). Теорема Піто (42). Теорема Штейнера (43). Изодіагональные чет-ки (51). Псевдоквадратъ (53). Упражненія.	

II

Глава V. Антипараллельные, изогональные и изотомические прямые треугольника. Стр. 113

Антипараллельные прямые (1). Антипараллели тр-ка (4). Тангенциальный тр-къ (5). Изогональные прямые (11). Теорема Матье (11). Изогонали тр-ка (14). Теорема Штейнера (15). Изогональные точки тр-ка (18). Изогонально-сопряженные фигуры (23). Симметрично-обратные точки (26). Игоциклические точки (29). Симметрично-обратные фигуры (31). Теорема Веррьера (39). Изотомические точки тр-ка (43). Взаимная симметрия тр-ка (44). Изотомическая прямая (45). Теорема Шлемильха (47). Изотомически-сопряженные, или взаимные точки тр-ка (48). Теорема Каспари (50). Тр-ки Каспари (51). Антибиссектрисы тр-ка (52). Точки Енжабека (56). Точки и прямые, гармонически связанные (57). Ортоцентрическая ось (62). Упражнения.

Глава VI. Медианы и симедианы треугольника.

" 145

Медианы (1). Внѣшнія мѣдіаны (2). Центры мѣдіанъ (4). Симедианы (10). Внѣшнія симедианы (11). Теорема Тирі (18). Центры симедианъ (31). Точка Лемуана (24). Теорема Лемуана (25). Теорема Гребе (28). Прямая Лемуана (31). Параллели Лемуана (33). Теорема Лемуана (34). Первая окружность Лемуана (34). Шестиугольникъ Лемуана (37). Антипараллели Лемуана (42). Вторая окружность Лемуана (43). Второй шестиугольникъ Лемуана (46). Окружности, сходственныя со второю окружностью Лемуана (47). Окружности Тукера (51). Шестиугольникъ Тукера (53). Прямая Тукера (55). Антипараллели Тайлора (56). Окружность Тайлора (59). Шестиугольникъ Каталана (62). Тр-къ Тайлора (63). Упражненія.

Глава VII. О подобныхъ фигурахъ.

" 179

Подобные мног-ки (!) Центръ подобія (4). Центръ пропорционального дѣленія (5). Оси подобія (13). Дополнительные и антидополнительные точки (14). Дополнительные фигуры (16). Тр-къ и окружность подобія (17). Теорема Тарри (18). Постоянная точка (20). Постоянный тр-къ (21). Направляющая точка (24). Добавочные точки (25). Теорема Нейберга (26). Сопряженные окружности (29). Парные сопряженные окружности (30). Окружность Брокара (40). Первый тр-къ Брокара (41). Оси Штейнера (43). Уголь Брокара (45). Углы Штейнера (48). Точки Брокара (51). Прямая Брокара (52). Точка Штейнера (54). Точка Тарри (56). Второй тр-къ Брокара (57). Теорема Брокара (61). Подобно измѣняющіяся фигуры (67). Перманентный центръ подобія (68). Упражненія.

Глава VIII. О подарныхъ треугольникахъ.

" 216

Подарные тр-ки (!). Автиподарные тр-ки (2). Теорема Вигарье (13). Окружности Schoute'a (13). Подарные тр-ки изогональныхъ точекъ (34). Теорема Штейнера (37). Ортологические тр-ки (38). Полный чет-къ (44). Метацаплярные чет-ки (45). Теорема Сунса (47). Дважды ортологические тр-ки (49). Ортогоомологические тр-ки (50). Теорема Сонда (53). Метагармонические тр-ки (54). Тр-къ, связанный съ полными чет-къ (59). Теорема Штаудта (60). Метагармонические центры (63). Теорема Гоффара (66). Окружности Аполлонія (71). Изодинамические центры (75). Правильные подарные тр-ки (80). Изодинамические чет-ки (83). Изотомическая окружность (84). Изологические центры (86). Упражненія.

III

Глава IX. Метаполюсы и некоторые замѣчательные окружности треугольника . Стр. 263

Циклотомические точки (3). Метаполюсы тр-ка (6). Окружности Карно (22). Теорема Карно (23). Окружности Торричелли (25). Теорема Торричелли ('6). Изогонические центры (28). Точки Торричелли (29). Правильные антиподарные тр-ки (31). Окружность, сопряженная съ тр-мъ (37). Окружность Лоншана (40). Пряная Лоншана (42). Теорема Нейберга (46). Окружность Нейберга (48). Окружность Кая (60). Тр-ки Жергона (63). Теорема Адамса (65). Окружности Адамса (66). Упражненія.

Глава X. Гармонические четырехугольники и многоугольники.

301

Гармонические чет-ки (1). Окружность Брокара (4). Чет-ки Брокара (5). Уголъ Брокара (6). Точки Брокара (8). Окружности Лемуана (11). Окружности Тукера (13). Гармонические мног-ки (20). Центры инверсіи (25). Прямая Лемуана (26). Параллели Лемуана (28). Мног-ки Брокара (29). Уголъ Брокара (30). Точки Брокара (32). Сопряженные окружности (33). Окружности Тукера (32). Окружности Лемуана (48). Связанные фигуры (50). Ломаныя линії Тарри (54). Упражненія.

Алфавитный указатель

335