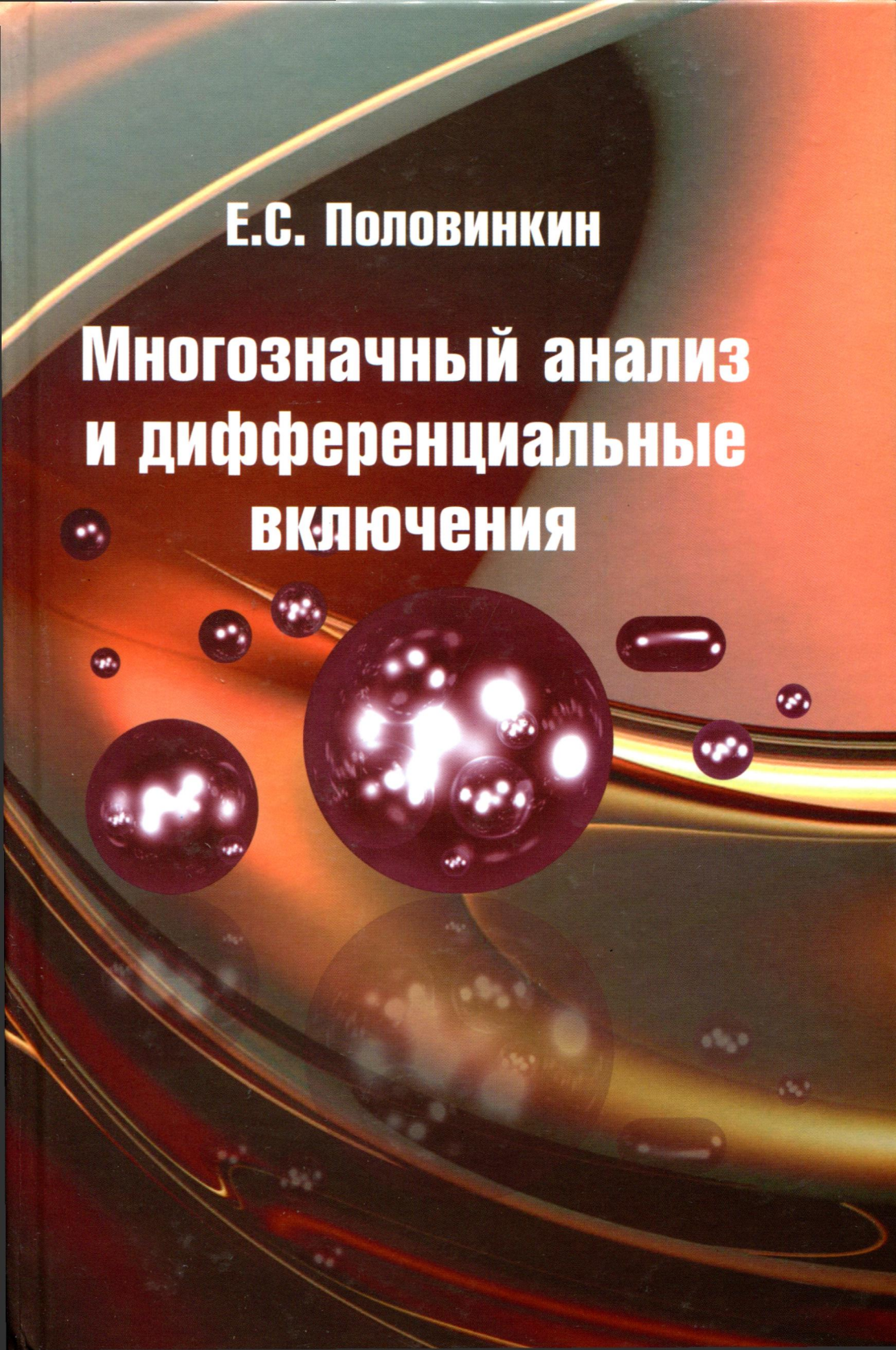


Е.С. Половинкин

**Многозначный анализ
и дифференциальные
включения**



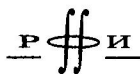
Е.С. Половинкин

**Многозначный анализ
и дифференциальные
включения**



**МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2014**

УДК 517.977
ББК 22.161, 22.162,
22.152
П 52



*Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных
исследований по проекту 14-01-07008,
не подлежит продаже*

Половинкин Е. С. **Многозначный анализ и дифференциальные включения.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 524 с. — ISBN 978-5-9221-1594-0.

Монография посвящена изложению основных разделов интенсивно развивающейся в последние десятилетия области математики — теории многозначных отображений. В книге представлены как основы общей теории, так и разделы по интегрированию и дифференцированию многозначных отображений. Изучены свойства решений дифференциальных включений со значениями в банаховых пространствах с неограниченными правыми частями. Получены необходимые условия оптимальности в оптимизационных задачах с дифференциальными включениями.

Для аспирантов и научных работников, по роду своей деятельности связанных с теорией многозначных отображений, математической теорией управления и теорией дифференциальных игр.

ISBN 978-5-9221-1594-0

© ФИЗМАТЛИТ, 2014

© Е. С. Половинкин, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Введение	13
§ 1. Некоторые сведения из функционального анализа	13
§ 2. Некоторые сведения из выпуклого анализа	23
§ 3. Измеримые множества и измеримые функции	27
Глава I. Многозначные отображения с ограниченными значениями	35
§ 4. Квазилинейные операции над множествами	36
§ 5. Метрика Помпейю–Хаусдорфа и метрические пространства подмножеств	39
§ 6. Многозначные отображения в $\mathcal{F}_b(Y)$, их h -полунепрерывности	55
§ 7. Липшицевы (псевдолипшицевы) отображения и отображения с выпуклыми графиками	62
§ 8. Отображения, порождаемые операциями в $\mathcal{F}_b(E)$; их h -полунепрерывности	73
§ 9. Опорные функции и их свойства	85
§ 10. Селекторы выпуклых множеств	98
§ 11. О вложении пространства выпуклых компактов	110
Глава II. Отображения с неограниченными значениями	128
§ 12. Введение топологий в $\mathcal{F}(Y)$	130
§ 13. Пределы в топологическом пространстве $\mathcal{F}(Y)$	137
§ 14. Полунепрерывности многозначных отображений	147
§ 15. Измеримые многозначные отображения	164
§ 16. Теорема А. А. Ляпунова и некоторые свойства векторных мер	174
§ 17. Непрерывные ветви многозначных отображений	197
§ 18. Разложимые множества и многозначные отображения	204
§ 19. Липшицевы ветви многозначных отображений	208
§ 20. Измеримые ветви многозначных отображений	211

§ 21. Условия Каратеодори	219
§ 22. Неподвижные точки и точки равновесия	227
§ 23. Параметризация многозначных отображений	242
Глава III. Дифференцирование многозначных отображений	249
§ 24. Касательные конусы	250
§ 25. Регулярные касательные конусы	264
§ 26. Производные от многозначных отображений	268
§ 27. Эпи- и гипопроизводные функций по направлениям	278
§ 28. Производные функций, представимых в виде разности двух выпуклых функций	288
§ 29. О связи производных от многозначного отображения с производными от опорных функций	301
Глава IV. Интегрирование многозначных отображений	311
§ 30. Интеграл типа Римана на отрезке	311
§ 31. Интеграл типа Лебега	325
§ 32. Интеграл типа Римана на пространстве с мерой	342
§ 33. Интеграл типа Римана–Стилтьеса	345
§ 34. Примеры вычисления интегралов типа Римана	353
§ 35. Интеграл Ауманна и его связь с интегралом типа Лебега	373
§ 36. Интеграл Ауманна–Римана и его связь с интегралом типа Римана	383
§ 37. Интегрирование неограниченных отображений	388
Глава V. Дифференциальные включения	399
§ 38. Дифференциальные включения. Простейшие методы решения	400
§ 39. Дифференциальные включения с измеримо-псевдолиппицевой правой частью. Теорема существования решений	404
§ 40. Дифференциальные включения с измеримо-псевдолиппицевой правой частью. Теорема об овыпуклении	412
§ 41. Дифференциальные включения. Свойства решений	416
§ 42. Дифференцирование множества решений дифференциальных включений по начальным данным	421
§ 43. О непрерывной зависимости решений дифференциального включения от начальных приближений. Локально выпуклый случай	430
§ 44. О непрерывной зависимости решений дифференциального включения от начальных приближений. Общий случай	439

Глава VI. Необходимые условия оптимальности в задачах с дифференциальными включениями	455
§ 45. Задача о полярных конусах	455
§ 46. Задача на отрезке со свободным правым концом	472
§ 47. Задача быстродействия	482
§ 48. Задача на отрезке с ограничениями на концах	491
Список литературы	498
Список основных обозначений	514
Предметный указатель	518