

# ТОЧЕЧНЫЕ ПОЛЯ И ГРУППОВЫЕ ОБЪЕКТЫ



Светлой памяти  
Владимира Михайловича  
и Риммы Степановны Головотюк  
посвящается

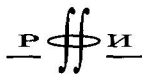
# **ТОЧЕЧНЫЕ ПОЛЯ И ГРУППОВЫЕ ОБЪЕКТЫ**

ПОД ОБЩЕЙ РЕДАКЦИЕЙ  
ПРОФЕССОРА Я. А. ФУРМАНА



МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2014

УДК 004.93  
ББК 22.17  
Т 64



*Издание осуществлено при поддержке  
Российского фонда фундаментальных  
исследований по проекту 14-01-07002,  
не подлежит продаже*

Авторский коллектив:

Фурман Я. А., Роженцов А. А., Хафизов Р. Г., Хафизов Д. Г.,  
Кревецкий А. В., Ерусланов Р. В.

**Точечные поля и групповые объекты** / Под общ. ред. проф. Я. А. Фурмана. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 440 с. — ISBN 978-5-9221-1604-6.

Изложены основы обработки изображений, представленных плоскими и пространственно расположенными точечными структурами в виде полей и локализованных групп. Описаны математические модели подобных структур, исследованы их свойства в условиях шума и априорной неопределенности неинформативных параметров. Рассмотрено решение задач, связанных с упорядочением и сегментацией точечных полей и групповых точечных объектов. Приведены алгоритмы распознавания зашумленных групповых точечных объектов и объектов, заданных точечными полями.

Для научных работников и специалистов в области обработки изображений и распознавания образов, радиолокации и навигации, а также студентов старших курсов и аспирантов соответствующих специальностей.

ISBN 978-5-9221-1604-6

© ФИЗМАТЛИТ, 2014

© Коллектив авторов, 2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Список основных сокращений . . . . .	10
Предисловие . . . . .	12
<b>Глава 1. Информационные задачи в системах технического зрения</b> . . . . .	<b>14</b>
1.1. Системы технического зрения и решаемые ими задачи . . . . .	14
1.2. Изображения с точечными объектами . . . . .	16
1.3. Задача распознавания образов . . . . .	19
1.3.1. Общая характеристика задачи (19). 1.3.2. Модели алгоритмов распознавания (20). 1.3.3. Этапы решения задачи распознавания (24). 1.3.4. Особенности постановки и решения задачи распознавания сигналов (27).	
1.4. Примеры СТЗ обработки точечных изображений . . . . .	28
1.4.1. Выделение групповых целей радиолокатором с синтезированной апертурой [18] (28). 1.4.2. Система вторичной обработки радиолокационной информации (30).	

### Часть I. Математический аппарат для представления и обработки точечных изображений

<b>Глава 2. Векторные сигналы для задания и обработки точечных изображений</b> . . . . .	<b>34</b>
2.1. Введение . . . . .	34
2.2. Векторно-геометрические представления сигналов в линейном действительном пространстве $R$ . . . . .	37
2.3. Скалярное произведение как базовая операция в задачах обработки векторных сигналов . . . . .	42
2.3.1. Замечательные числа, связанные с парой векторов (42). 2.3.2. Скалярное произведение векторов как проекция одного вектора на другой (45). 2.3.3. Скалярное произведение векторов как мера их схожести (47). 2.3.4. Корреляционные функции векторных сигналов (49). 2.3.5. Пример обработки векторных сигналов в системе с принятием решения (52).	
2.4. Векторное произведение векторов . . . . .	55

2.5. Линейная комбинация векторов . . . . .	58
2.6. Обобщение декартовой системы отсчета . . . . .	62
2.6.1. Принцип обобщения (62). 2.6.2. Системы координат для анализа векторных сигналов (64). 2.6.3. Системы координат второго вида (65).	
2.7. Выводы . . . . .	68
<b>Глава 3. Дискретные комплексные сигналы . . . . .</b>	<b>70</b>
3.1. Задание дискретных комплексных сигналов . . . . .	70
3.2. Комплексное линейное пространство . . . . .	71
3.3. Скалярное произведение векторов в пространстве $C_s$ . . . . .	73
3.4. Ортогональный базис в унитарном пространстве [10, 31] . . . . .	76
3.5. Информативность скалярного произведения векторов в унитарном пространстве . . . . .	79
3.5.1. Измерение углов (79). 3.5.2. Скалярные произведения векторных сигналов в линейном действительном и унитарном пространствах как меры их схожести (84).	
3.6. Спектральный анализ дискретных комплекснозначных сигналов . . . . .	86
3.6.1. Общие соотношения (86). 3.6.2. Свойства ДПФ, общие для вещественных и комплекснозначных сигналов (87). 3.6.3. Свойства ДПФ контуров, связанные с их замкнутостью и комплекснозначностью (88).	
3.7. Разложение произвольного комплекснозначного сигнала . . . . .	92
3.8. Корреляционные функции дискретных комплекснозначных сигналов . . . . .	93
3.9. Согласованная фильтрация дискретных комплексных сигналов . . . . .	95
3.9.1. Основные аналитические соотношения при согласованной фильтрации ДКС (95). 3.9.2. Механизм работы комплекснозначного согласованного фильтра (96).	
3.10. Выводы . . . . .	99
<b>Глава 4. Дискретные кватернионные сигналы . . . . .</b>	<b>101</b>
4.1. Гиперкомплексные числа . . . . .	101
4.2. Связь кватернионов с комплексными числами [34] . . . . .	103
4.3. Скалярное (внутреннее) произведение кватернионов . . . . .	105
4.4. Повороты векторов в трехмерном пространстве [34] . . . . .	108
4.5. Сравнительная информативность скалярного произведения векторов в пространствах $R$ , $C$ и $H$ . . . . .	109
4.5.1. Содержание проблемы выбора пространства для представления векторных сигналов (109). 4.5.2. Информативность скалярного произведения векторов в кватернионном пространстве (111). 4.5.3. Сравнение свойств скалярных произведений векторных 3D-сигналов в действительном и кватернионном пространствах (114).	

4.6. Дискретные кватернионные сигналы . . . . .	116
4.7. Ортогональный базис в кватернионном пространстве. . . . .	119
4.8. Спектральные представления дискретных кватернионных сигналов	121
4.9. Разложение дискретных кватернионных сигналов . . . . .	121
4.10. Корреляционные функции дискретных кватернионных сигналов . .	123
4.11. Линейная фильтрация дискретных кватернионных сигналов . . . . .	123
4.11.1. Общие соотношения для кватернионного линейного фильтра (123). 4.11.2. Фильтрация элементарного кватернионного сигнала (124). 4.11.3. Фильтрация произвольного КТС (126). 4.11.4. Связь между частотным коэффициентом передачи и импульсной характеристикой кватернионного фильтра (127). 4.11.5. О собственных элементах кватернионного фильтра (129). 4.11.6. Методика расчета кватернионного фильтра (130).	
4.12. Согласованная фильтрация кватернионных сигналов . . . . .	134
4.12.1. Общие соотношения для кватернионного согласованного фильтра (134). 4.12.2. Механизм работы кватернионного согла- сованного фильтра (136). 4.12.3. Механизм работы кватернион- ного фильтра при фильтрации несогласованного сигнала (139). 4.12.4. Обсуждение результатов (143).	
4.13. Выводы . . . . .	145

## Часть II. Групповые точечные объекты

<b>Глава 5. Обработка изображений групповых точечных объектов в машинном кадре . . . . .</b>	<b>148</b>
5.1. Введение . . . . .	148
5.2. Представление групповых точечных объектов в машинном кадре. .	151
5.3. Оптимальная обработка зашумленных сигналов [8, 16, 17]. . . . .	156
5.3.1. Оптимальное обнаружение детерминированного сиг- нала (156). 5.3.2. Распознавание детерминированных сигналов [8, 17] (160).	
5.4. Обнаружение изображений групповых точечных объектов . . . . .	163
5.4.1. Математическая модель наблюдаемой сцены с изображе- ниями ГТО (163). 5.4.2. Мера пространственной компактности группового точечного объекта на основе иерархической группиро- вки (168). 5.4.3. Статистические характеристики меры компакт- ности случайных равномерных полей точечных объектов (170). 5.4.4. Пространственная локализация ГТО (171). 5.4.5. Обнаруже- ние 3D- и 2D-ГТО на фоне локализованных групп точек (172).	
5.5. Анализ моделей ГТО применительно к задачам распознавания и оценки параметров плоских объектов . . . . .	174
5.5.1. Декартова модель ГТО (175). 5.5.2. Полярная модель ГТО (176). 5.5.3. Характеристики контурной модели ГТО (179). 5.5.4. Связь между моделями группового точечного объекта (181).	

5.6. Алгоритм распознавания группового точечного объекта, инвариантный к его неинформативным параметрам . . . . .	184
5.6.1. Общие замечания (184). 5.6.2. Принципы обеспечения инвариантности алгоритма распознавания ГТО к изменению их неинформативных параметров (187). 5.6.3. Структура алгоритма распознавания плоского ГТО (194).	
5.7. Распознавание неупорядоченных плоских ГТО на основе их амплитудно-фазовой модели. . . . .	197
5.8. Выводы . . . . .	202
<b>Глава 6. Упорядочение точек и математическая модель пространственного группового точечного объекта . . . . .</b>	<b>204</b>
6.1. Общие замечания . . . . .	204
6.2. Форма пространственного группового точечного объекта . . . . .	205
6.3. Обоснование единого правила нумерации точек ПГТО . . . . .	207
6.3.1. Теорема существования (207). 6.3.2. Теорема единственности (210).	
6.4. Синтез выпуклого многогранника, задающего форму ПГТО . . . . .	211
6.5. Упорядочение граней выпуклого многогранника и построение проволочной модели ПГТО. . . . .	219
6.6. Упорядочение точек пространственного ГТО на основе проволочной модели выпуклого многогранника. . . . .	222
6.7. Пример построения проволочной модели УГМ . . . . .	224
6.7.1. Синтез ассоциированного с ПГТО выпуклого многогранника (224). 6.7.2. Упорядочение граней многогранника (227). 6.7.3. Упорядочение точек ПГТО. Построение проволочной модели (228).	
6.8. Обсуждение результатов . . . . .	229
<b>Глава 7. Распознавание детерминированных групповых точечных объектов . . . . .</b>	<b>232</b>
7.1. Особенности проблемы распознавания ПГТО . . . . .	232
7.2. Проблема помехоустойчивого упорядочения точек детерминированного ГТО . . . . .	237
7.2.1. Помехоустойчивость математической модели УГМ (237). 7.2.2. Эвристические модели формы ПГТО (239).	
7.3. Распознавание детерминированных пространственно расположенных групповых точечных объектов . . . . .	248
7.4. Обсуждение результатов . . . . .	258
<b>Глава 8. Амплитудно-фазовые представления сигналов в задачах обработки ПГТО . . . . .</b>	<b>260</b>
8.1. Амплитудно-фазовая модель ПГТО. . . . .	260
8.1.1. Амплитудно-фазовое представление ПГТО (260). 8.1.2. Аналитические соотношения для амплитудно-фазовой модели зашумленного ПГТО (264).	

8.2. Определение величины разброса точек в зависимости от заданного порогового значения вероятности . . . . .	265
8.2.1. Преобразование декартовой системы координат в сферическую (265). 8.2.2. Распределение модуля шумового вектора (266). 8.2.3. Вероятность попадания шумового вектора в заданную область (267).	
8.3. Нахождение особых точек пространственного ГТО . . . . .	268
8.4. Идентификация точечных отметок . . . . .	272
8.4.1. Определение положения произвольной точки относительно сферы (272). 8.4.2. Алгоритм идентификации точек распознаваемого и эталонных ПГТО (273).	
<b>Глава 9. Оценка параметров и согласование пространственных групповых точечных объектов . . . . .</b>	<b>276</b>
9.1. Вводные замечания . . . . .	276
9.2. Обратная задача вращения трехмерных векторных сигналов . . . . .	277
9.2.1. Введение и постановка задачи (277). 9.2.2. Существующие подходы к решению обратной задачи (279). 9.2.3. Решение обратной задачи с применением кватернионов (281). 9.2.4. Вычислительная эффективность рассмотренных способов решения обратной задачи (284). 9.2.5. Помехоустойчивость используемых для решения обратной задачи операций (285).	
9.3. Нахождение параметров вращения ПГТО по результатам его фильтрации . . . . .	290
9.3.1. Постановка задачи и принцип ее решения (290). 9.3.2. Аналитические соотношения между выходным и входным сигналами кватернионного фильтра (292). 9.3.3. Элементы теории коннекторов (294). 9.3.4. Вычисление параметров преобразования исходного вектора в собственной сферической системе отсчета (296). 9.3.5. Определение вида единого преобразования исходного КТС (298). 9.3.6. Пример решения задачи определения параметров вращения ГТО (299).	
9.4. Оценка параметров вращения ПГТО при неизвестной нумерации его отметок. . . . .	302
9.4.1. Метод главных компонент [76, 77] (302). 9.4.2. Применение МГК для анализа кватернионных сигналов (303). 9.4.3. Решение задачи оценки параметров вращения (304). 9.4.4. Устранение неоднозначности при вычислении параметров вращения (309).	
9.5. Согласование угловых параметров и векторных описаний ПГТО . . . . .	310
9.5.1. Введение и постановка задачи (310). 9.5.2. Угловое согласование ПГТО (корректная задача) (313). 9.5.3. Угловое согласование ПГТО (некорректная задача) (317). 9.5.4. Согласование векторных описаний ГТО (319). 9.5.5. Структура системы распознавания ГТО в условиях действия шумов, априорной неопределенности угловых параметров и сдвига векторного сигнала (322).	
9.6. Обсуждение результатов . . . . .	325



### Часть III. Точечные поля

<b>Глава 10. Математическая модель и алгоритмы обработки точечных полей на поверхностях трехмерных объектов . . . . .</b>	<b>328</b>
10.1. Задачи обработки 3D-поверхности и подходы к их решению . . . . .	328
10.2. Формирование и анализ множества ближайших точек как базовая процедура предварительной обработки трехмерных точечных полей . . . . .	330
10.2.1. Задание множества ближайших точек (330). 10.2.2. Средняя нормаль к поверхности, заданной МБТ (334). 10.2.3. Методика получения средней нормали МБТ (337). 10.2.4. Анализ множества ближайших точек (339).	
10.3. Планиметрия и образование элементарных областей на произвольной зашумленной 3D-поверхности. . . . .	343
10.3.1. Планиметрия 3D-поверхности, заданной точечным полем (343). 10.3.2. Формирование элементарных областей на зашумленной 3D-поверхности (344).	
10.4. Обработка и распознавание объектов по результатам анализа векторных полей 3D-поверхности . . . . .	353
10.4.1. Векторно-полевая модель 3D-поверхности (353). 10.4.2. Задачи обработки векторных полей (355). 10.4.3. Детектирование плоских фрагментов (357). 10.4.4. Детектирование фрагментов поверхностей с криволинейными формами (360).	
10.5. Выводы . . . . .	364
<b>Глава 11. Обработка трехмерных изображений, заданных точечными полями с неупорядоченными отсчетами . . . . .</b>	<b>365</b>
11.1. Введение . . . . .	365
11.2. Формирование аналитических описаний пространственных изображений, инвариантных к нумерации отсчетов. . . . .	365
11.3. Обработка изображений пространственных объектов с неизвестным масштабом . . . . .	369
11.4. Обработка изображений пространственных объектов с неизвестными параметрами вращения. . . . .	371
11.5. Определение параметров вращающего кватерниона по полиномиальным коэффициентам . . . . .	372
11.6. Распознавание изображений пространственных объектов . . . . .	374
11.7. Заключение . . . . .	377
<b>Глава 12. Реконструкция трехмерных объектов по их стереопарным точечным полям . . . . .</b>	<b>379</b>
12.1. Введение . . . . .	379
12.2. Метод контроля величины ошибки координат восстановленной точки. . . . .	381
12.3. Поиск сопряженных точек на контурах изображений теней. . . . .	386

---

<b>Глава 13. Обработка трехмерных изображений на базе преобразования Хафа</b> . . . . .	396
13.1. Введение . . . . .	396
13.2. Применение преобразования Хафа для обработки изображений . . . . .	397
13.3. Формирование поля нормалей . . . . .	404
13.4. Экспериментальное исследование эффективности модифицированного обобщенного преобразования Хафа . . . . .	406
13.5. Основные результаты . . . . .	408
Приложение 1. Компактные представления изображений трехмерных объектов . . . . .	409
Приложение 2. Таблица значений функции $W(x)$ . . . . .	417
Список литературы . . . . .	420
Предметный указатель . . . . .	436