

В.Ф. Формалев

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ
АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ
АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



В.Ф. Формалев

**ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ
АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ
АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2015

УДК 517.9
ББК 22.161
Ф 79

Формалев В. Ф. Теплопроводность анизотропных тел. Аналитические методы решения задач. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 312 с. — ISBN 978-5-9221-1579-7.

В монографии впервые систематически изложена математическая теория теплопроводности в анизотропных телах с позиций корректной постановки задач и методов их аналитического решения. Рассматриваются аналитические решения задач для тел с анизотропией как общего, так и частного вида. Для решения уравнений со смешанными производными, описывающих теплопроводность тел с анизотропией общего вида, используются интегральные методы. Дается подробный вывод всех аналитических решений задач как в ортотропных, так и в анизотропных телах.

Для инженеров и научных работников, специализирующихся в области прикладной механики, тепломассопереноса, а также для студентов старших курсов, обучающихся по дисциплинам «Уравнения математической физики», «Теория термоупругости», «Теория тепломассопереноса», и преподавателей факультетов «Прикладная математика» и «Прикладная механика».

ISBN 978-5-9221-1579-7

© ФИЗМАТЛИТ, 2015
© В. Ф. Формалев, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Введение	9
Глава 1. Математическая теория теплопроводности в анизотропных средах	17
1.1. Закон теплопроводности в анизотропных твердых средах, тензор теплопроводности, его свойства	17
1.1.1. Закон теплопроводности в анизотропных телах, тензор теплопроводности (18). 1.1.2. Свойства тензора теплопроводности (21). 1.1.3. О законе теплопроводности при высокоинтенсивном нагреве (29). 1.1.4. Ориентация вектора плотности теплового потока на изотермических поверхностях анизотропных тел (31).	
1.2. Уравнение теплопроводности в анизотропных твердых телах	34
1.2.1. Уравнение теплопроводности в прямоугольных декартовых координатах (34). 1.2.2. Уравнение теплопроводности анизотропных тел в криволинейных координатах (37). 1.2.3. Изменение компонентов тензора теплопроводности при переходе от декартовых координат к криволинейным (40). 1.2.4. Уравнение теплопроводности в условиях интенсивного нагрева анизотропных тел (50).	
1.3. Краевые условия	52
1.3.1. Определение плотности теплового потока в нормальном к границе анизотропного тела направлении (52). 1.3.2. Граничные условия (54).	
Глава 2. Теплопроводность ортотропных тел	58
2.1. Ортотропный параллелепипед с начальным распределением температур и нулевой граничной температурой	59
2.2. Теплопроводность в ортотропном параллелепипеде с источником тепла и нулевой начальной и граничной температурами	66
2.3. Теплопроводность в ортотропном параллелепипеде с источником тепла, начальным распределением температуры и нулевой температурой на границе	68
2.4. Ортотропный параллелепипед с источником тепла, начальным распределением температуры и ненулевым распределением температуры на границе	70
2.5. Ортотропный параллелепипед с источником тепла, начальным распределением температуры и тепловыми потоками на границе	77
2.6. Ортотропный параллелепипед с источником тепла, начальным распределением температуры в условиях теплообмена с окружающей средой	92

2.7. Ортотропный цилиндр конечной длины с источником тепла, начальным распределением температуры в условиях теплообмена с окружающей средой.	114
2.8. Ортотропный шар с источником тепла, начальным распределением температуры и теплообменом с окружающей средой	145
Глава 3. Аналитические решения задач теплопроводности в анизотропных телах с анизотропией общего вида	169
3.1. Теплоперенос в двухмерной анизотропной полосе при задании температуры на границах.	170
3.2. Теплопроводность в трехмерной анизотропной пластине при задании на границах температуры	185
3.3. Предельный случай импульсных краевых условий.	203
3.3.1. Двухмерная анизотропная пластина (205). 3.3.2. Трехмерная анизотропная пластина (208).	
3.4. Двухмерная анизотропная полоса при задании на границах тепловых потоков	212
3.5. Теплообмен на границе анизотропного полупространства	226
3.6. Аналитическое решение третьей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности со смешанными производными в анизотропном полупространстве.	231
3.7. Стационарная теплопроводность в сплошном и полом анизотропных цилиндрах с заданной температурой на границах	237
3.7.1. Сплошной цилиндр (237). 3.7.2. Полый цилиндр (247).	
3.8. Проверка правильности решения задач теплопроводности в анизотропных телах.	254
3.8.1. Анизотропное полупространство (254). 3.8.2. Анизотропная полоса (258).	
Приложение 1. Теплофизические свойства некоторых анизотропных материалов	264
Приложение 2. Основы теории функций комплексной переменной и операционного исчисления.	267
Приложение 3. Специальные функции	287
Список литературы	305