

В. И. Шаповалов



# Моделирование синергетических систем

## метод пропорций и другие математические методы

Экстремальное поведение большой группы людей

Математическая модель страховой фирмы

Условие устойчивости рынка

Начальные сведения о линейном анализе устойчивости

Некоторые сведения о бифуркациях и аттракторах



**В. И. Шаповалов**

# **Моделирование синергетических систем**

## **Метод пропорций и другие математические методы**

**монография**



Электронные версии книг на сайте  
**[www.prospekt.org](http://www.prospekt.org)**



Москва  
2016

УДК 519.2(075.8)  
ББК 22.17я73  
Ш24

Электронные версии книг  
на сайте [www.prospekt.org](http://www.prospekt.org)

*Автор:*

**В. И. Шаповалов**, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры гуманитарных и естественно-научных дисциплин Волгоградского филиала Московского гуманитарно-экономического института (г. Волгоград).

*Рецензенты:*

**А. В. Голованов**, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник Лаборатории физической химии полимеров Научно-исследовательского института элементоорганических соединений Федерального агентства научных организаций (г. Москва);

**М. А. Кузнецова**, доктор философских наук, профессор кафедры общегуманитарных и естественно-научных дисциплин Волгоградского филиала Московского гуманитарно-экономического института (г. Волгоград).

**Шаповалов В. И.**

Ш24 Моделирование синергетических систем: Метод пропорций и другие математические методы : монография. — Москва : Проспект, 2016. — 136 с.

ISBN 978-5-392-18110-0

В монографии на конкретных примерах описана методика создания синергетических моделей методом главных пропорций. Достоинства этого метода были наглядно продемонстрированы в знаменитой книге немецкого ученого Германа Хакена «Синергетика». При создании моделей были использованы и другие известные математические методы: линейный анализ устойчивости, некоторые аспекты теории вероятности и теории точечных отображений. На примерах социальных, экономических, биологических и физических систем показана универсальность синергетического подхода.

Монография предназначена всем, кто интересуется математическим моделированием открытых систем. Она также может быть использована в качестве учебного пособия студентами различных специальностей, поскольку рассмотренные в ней задачи снажены подробным описанием.

УДК 519.2(075.8)  
ББК 22.17я73

*Издательство не несет ответственности за достоверность,  
полноту и актуальность содержания произведения. Из содержания этого произведения  
не могут вытекать никакие правовые притязания к Издательству.*

*Научное издание*

**Шаповалов Виктор Иванович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
МЕТОД ПРОПОРЦИЙ И ДРУГИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ**

**Монография**

Оригинал-макет подготовлен компанией ООО «Оригинал-макет»  
[www.o-maket.ru](http://www.o-maket.ru); тел.: (495) 726-18-84

Санитарно-эпидемиологическое заключение  
№ 77.99.60.953.7.004173.04.09 от 17.04.2009 г.

Подписано в печать 10.07.2015. Формат 60×90 1/16.  
Нечать офсетная. Неч. л. 8,5. Тираж 1000 (1-й завод 100) экз. Заказ №

ООО «Проспект»  
111020, г. Москва, ул. Боровая, д. 7, стр. 4.

ISBN 978-5-392-18110-0

© Шаповалов В. И., 2015  
© ООО «Проспект», 2015

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие .....</b>	<b>3</b>
<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Применение некоторых известных дифференциальных уравнений для создания моделей социальных и экономических систем .....</b>	<b>8</b>
1.1. Экстремальное поведение большой группы людей .....	8
1.2. Модель воздействия рекламы на количество покупаемого товара.....	10
<b>Глава 2. Приложение дифференциального исчисления для анализа устойчивости систем .....</b>	<b>16</b>
2.1. Анализ устойчивости фирмы, средней (в некотором регионе) по числу сотрудников и оборотному капиталу .....	16
2.2. Математическая модель устойчивости страховой фирмы .....	22
2.2.1. Модель государственной страховой фирмы .....	23
2.2.2. Модель частной страховой фирмы.....	25
2.3. Модель устойчивости физической системы: генератор Ван дер Поля.....	30
2.4. Бифуркация в модели эволюции простейшей биологической системы .....	33
2.5. Бифуркация в модели генерации лазерного излучения.....	37
2.6. Уникальность сложных биологических систем во Вселенной (синергетический подход) .....	41
2.7. Аттрактор Лоренца и другие аттракторы в модели средней фирмы: случай трех параметров .....	46
<b>Глава 3. Применение линейного анализа устойчивости для моделирования систем с дискретными (марковскими) процессами.....</b>	<b>51</b>
3.1. Математическая модель рынка с частной формой собственности .....	52
3.1.1. Основное уравнение модели рынка.....	52
3.1.2. Условие устойчивости рынка.....	54
3.2. Закон выравнивания цен на рынке.....	56
3.3. Несоб�性 экономических кризисов в странах с преобладающим частным капиталом .....	57
3.3.1. Сценарий субгармонического каскада в модели рынка .....	57
3.3.2. Механизм экономического кризиса.....	58
3.4. Экологическая модель с признаками субгармонического каскада .....	58

<b>Глава 4. Некоторые приложения теории вероятностей в экономике и технике .....</b>	63
4.1. Задача о влиянии таможенных пошлин на качество отечественных товаров .....	63
4.2. Упорядочение в плоскогипараллельной пластинке, разделяющей термостаты с разной температурой .....	66
<b>Приложение</b>	
П1. Краткие сведения о некоторых типах дифференциальных уравнений, которые были использованы для построения математических моделей.....	71
П1.1. Некоторые общие определения .....	71
П1.2. Уравнение с разделяющимися переменными .....	72
П1.3. Однородное линейное дифференциальное уравнение $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами (ОЛУ) .....	72
П1.4. Неоднородное линейное дифференциальное уравнение $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами (НОЛУ) .....	74
П2. Начальные сведения о линейном анализе устойчивости.....	76
П2.1. Некоторые общие определения .....	76
П2.2. Этапы линейного анализа устойчивости.....	78
П2.3. Основные типы устойчивости .....	82
П3. Некоторые сведения о марковских процессах и методе точечных отображений.....	90
П3.1. Точечные отображения .....	90
П3.2. Исследование устойчивости методом точечных отображений .....	94
П4. Некоторые сведения из теории вероятностей. Функция распределения непрерывной случайной величины .....	96
П4.1. Случайное событие и вероятность.....	96
П4.2. Понятие функции распределения непрерывной случайной величины .....	98
П4.3. Функция распределения нескольких случайных величин .....	100
П4.4. Понятие фазового пространства.....	101
П4.5. Функция распределения и статистическое выражение для энтропии .....	103
П5. Некоторые сведения о бифуркациях и аттракторах.....	106
П5.1. Понятие бифуркации .....	106
П5.2. Бифуркация типа вилки .....	108
П5.3. Некоторые типичные бифуркации .....	112
П5.4. Бифуркация из предельного цикла в тор .....	114
П5.5. Сокращение фазового объема в диссипативных системах .....	119
П5.6. Простые аттракторы .....	122
П5.7. Странные (хаотические) аттракторы .....	124
П5.8. О методе показателей Ляпунова .....	127
Литература .....	131
Предметный указатель .....	133