

# ПРИКЛАДНАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ



# ПРИКЛАДНАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ



МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2015

УДК 539.3  
ББК 22.251  
П 75

Авторский коллектив:  
Митенков Ф. М., Волков И. А., Игумнов Л. А., Каплиенко А. В.,  
Коротких Ю. Г., Панов В. А.

**Прикладная теория пластичности.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. —  
284 с. — ISBN 978-5-9221-1606-0.

В монографии рассмотрены основные закономерности процессов упругопластического деформирования конструкционных сплавов при сложных режимах термосилового нагружения, математические модели указанных процессов и решения на их базе прикладных задач.

В книге приведены экспериментально-теоретические методики определения материальных параметров предложенных моделей и проведена их верификация. Представлены результаты численного моделирования упругопластического деформирования при монотонных и циклических режимах термосилового нагружения. Особое внимание уделено исследованию сложных процессов, сопровождающихся вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

Для специалистов и инженеров, занимающихся вопросами прочности современных конструкций и аппаратов, а также аспирантов и студентов вузов, специализирующихся в области механики деформируемого твердого тела.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	8
Введение . . . . .	12
<b>Глава 1. Математические основы . . . . .</b>	<b>21</b>
1.1. Система координат. Соглашение о суммировании . . . . .	21
1.2. Понятие тензора. Индексные обозначения . . . . .	22
1.3. Преобразование базиса. Дельта Кронекера. Условие ортогональности . . . . .	24
1.4. Основной признак тензорности величин . . . . .	27
1.5. Действия над тензорами . . . . .	28
1.6. Дополнительный признак тензорности . . . . .	31
<b>Глава 2. Теория напряжений . . . . .</b>	<b>32</b>
2.1. Тензор напряжений. Закон парности . . . . .	32
2.2. Напряжения в произвольной (косой) площадке . . . . .	34
2.3. Статические граничные условия на поверхности . . . . .	36
2.4. Дифференциальные уравнения равновесия . . . . .	36
2.5. Главные напряжения. Главные площадки. Инварианты тензора напряжений . . . . .	38
2.6. Классификация напряженных состояний . . . . .	42
2.7. Экстремальные касательные напряжения . . . . .	42
2.8. Шаровой тензор напряжений и девиатор напряжений . . . . .	43
<b>Глава 3. Теория деформаций . . . . .</b>	<b>47</b>
3.1. Вектор относительного перемещения. Тензор относительного перемещения . . . . .	47
3.2. Тензор деформаций . . . . .	50
3.3. Главные деформации. Главные оси деформаций. Инварианты тензора деформаций . . . . .	51
3.4. Объемная деформация . . . . .	53
3.5. Уравнения совместности деформаций . . . . .	54
3.6. Шаровой тензор деформаций и девиатор деформаций . . . . .	56
<b>Глава 4. Физические основы и экспериментально-теоретические результаты исследования упругопластических процессов деформирования твердых тел . . . . .</b>	<b>58</b>
4.1. Общие положения . . . . .	58

4.2. Одномерные эксперименты . . . . .	67
4.2.1. Эксперименты на одноосное растяжение при постоянной температуре (67). 4.2.2. Эксперименты на одноосное сжатие при постоянной температуре (68). 4.2.3. Эксперименты на чистый сдвиг при постоянной температуре (69). 4.2.4. Эксперименты на всестороннее равномерное давление при постоянной температуре (71). 4.2.5. Одномерные эксперименты при термомеханическом нагружении (72).	
4.3. Эксперименты при сложном напряженном состоянии . . . . .	73
<b>Глава 5. Физические соотношения . . . . .</b>	<b>85</b>
5.1. Общие положения . . . . .	85
5.2. Связь компонентов напряжений и деформаций для упругого тела . . . . .	90
5.2.1. Термодинамика упругих деформаций (90). 5.2.2. Упругий потенциал. Формула Грина (91). 5.2.3. Дополнительная энергия деформации. Формула Кастильяно (91). 5.2.4. Потенциальная энергия деформации (92). 5.2.5. Обобщенный закон Гука для линейно-упругого материала (92). 5.2.6. Объемный закон Гука. Закон Гука в форме Ламе (94). 5.2.7. Закон Гука для шаровых тензоров и девиаторов (94). 5.2.8. Упругий потенциал для линейно-упругого тела (95).	
5.3. Теория малых упругопластических деформаций Генки–Ильюшина (деформационная теория пластичности) . . . . .	96
5.4. Теория пластического течения с трансляционно-изотропным упрочнением . . . . .	99
5.4.1. Основные гипотезы (99). 5.4.2. Определяющие соотношения теории пластического течения (102). 5.4.3. Алгоритм интегрирования определяющих соотношений по заданной истории термомеханического нагружения элементарного объема материала (109). 5.4.4. Экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров и скалярных функций модели (119).	
5.5. Сводка основных уравнений для решения задач теории пластичности . . . . .	143
5.6. Классификация задач теории пластичности . . . . .	143
5.7. Общие принципы реализации нелинейных краевых задач теории пластичности на ЭВМ . . . . .	144
<b>Глава 6. Моделирование процессов сложного пластического деформирования в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при комбинированном термомеханическом нагружении . . . . .</b>	<b>148</b>
6.1. Общие положения . . . . .	148
6.2. Моделирование процессов одноосного растяжения трубчатого образца при различных постоянных температурах . . . . .	149
6.3. Одноосное симметричное циклическое растяжение–сжатие образца . . . . .	156
6.4. Моделирование непропорциональных процессов нагружения . . . . .	161
6.5. Моделирование процессов сложного пластического деформирования стали 45 по многозвенным плоским ломанным траекториям ( $P$ – $M$ -эксперименты) . . . . .	169

6.6. Моделирование процессов сложного пластического деформирования стали 9Х2 по плоским криволинейным траекториям переменной кривизны ( $P$ - $M$ -эксперименты) . . . . .	182
6.7. Моделирование процессов сложного пластического деформирования стали 45 по пространственной траектории типа «плоский винт» ( $P$ - $q$ - $M$ -эксперимент) . . . . .	192
6.8. Моделирование процессов сложного деформирования конструкционных сталей при малоцикловом нагружении . . . . .	197
6.9. Моделирование процессов сложного деформирования конструкционных сталей по плоским криволинейным траекториям постоянной кривизны при малоцикловом нагружении . . . . .	212
6.10. Моделирование процесса циклической ползучести стали 9Х2 при малоцикловом нагружении . . . . .	216
6.11. Моделирование неизотермических процессов упругопластического деформирования стали 12Х18Н10Т . . . . .	221
<b>Глава 7. Некоторые результаты численного моделирования процессов упругопластического деформирования элементов и узлов несущих конструкций инженерных объектов . . . . .</b>	<b>235</b>
7.1. Общие положения . . . . .	235
7.2. Численный анализ напряженно-деформированного состояния полосу с круглым отверстием при малоцикловом нагружении . . . . .	235
7.3. Расчет пластины с центральной и косою трещинами при осевом знакопеременном нагружении . . . . .	243
7.4. Численный анализ кинетики напряженно-деформированного состояния конструктивного узла фланцевого соединения при термосиловом нагружении . . . . .	252
7.5. Численный анализ напряженно-деформированного состояния конструктивного узла сварного соединения крышки с патрубком при термосиловом нагружении . . . . .	262
Заключение . . . . .	272
Список литературы . . . . .	273