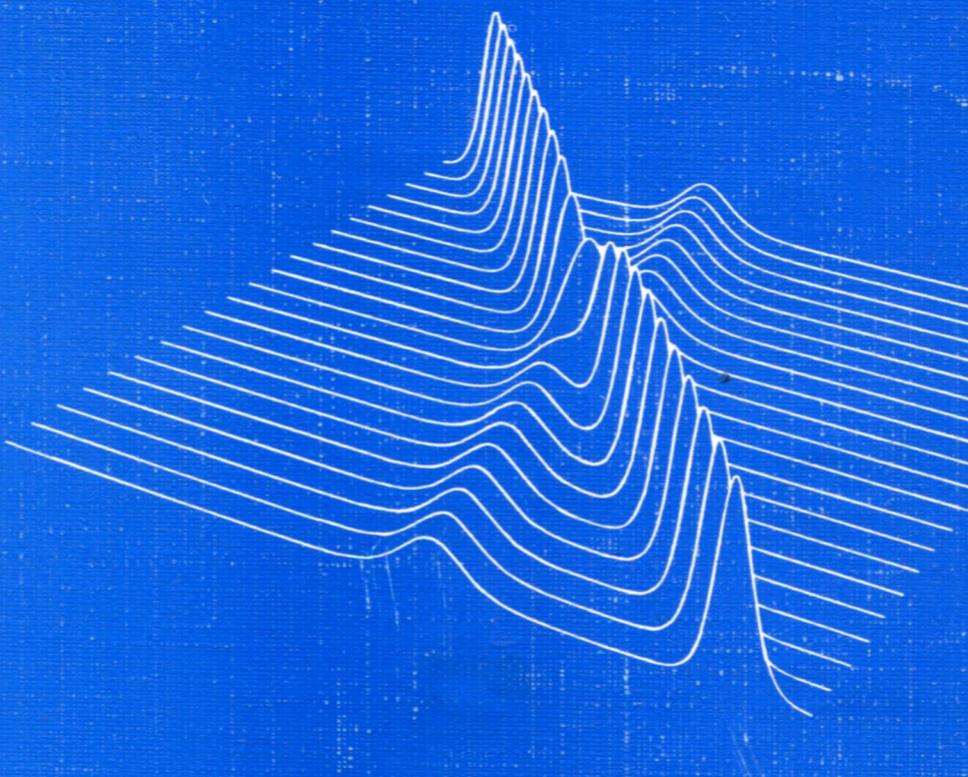


Т. Мива М. Джимбо Э. Датэ

СОЛИТОНЫ:

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ, СИММЕТРИИ
И БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЕ АЛГЕБРЫ



Солитоны
М54

Т. Мива, М. Джимбо, Э. Датэ

Солитоны: дифференциальные уравнения, симметрии и бесконечномерные алгебры

Перевод с английского С. З. Пақуляк под ред. А. А. Белавина

Москва
Издательство МЦНМО
2005

УДК 517.958

ББК 22.31

М57

Издание осуществлено при поддержке РФФИ
(издательский проект № 04-01-14717).



Мива Т., Джимбо М., Датэ Э.

М57

Солитоны: дифференциальные уравнения, симметрии и бесконечномерные алгебры / Пер. с англ. С. З. Пакуляк. — М.: МЦНМО, 2005. — 112 с.: ил.

ISBN 5-94057-162-X

В книге рассмотрены различные алгебранческие конструкции, применяемые в теории интегрируемых систем. Большое внимание авторы уделили уравнениям Кортевега—де Фриза и Кадомцева—Петиашвили.

Книга предназначена для студентов и аспирантов физико-математических специальностей.

УДК 517.958, ББК 22.31

SOLITON NO SURI

by Tetsuji Miwa, Michio Jimbo, and Etsuro Date

© 1993 by Tetsuji Miwa, Michio Jimbo, and Etsuro Date

Originally published in Japanese in 1993 by Iwanami Shoten, Publishers, Tokyo.

This Russian language edition published in 2005

by MCCME Publishing House, Moscow

by arrangement with the authors c/o Iwanami Shoten, Publishers, Tokyo.

Translation from the English language edition: Miwa T., Jimbo M., Date E.

Solitons: Differential Equations, Symmetries and Infinite Dimensional Algebras.

Cambridge University Press, 2000. All Rights Reserved.

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Тэцуудзи Мива, Микио Джимбо, Эцуро Датэ

СОЛИТОНЫ: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, СИММЕТРИИ
И БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЕ АЛГЕБРЫ

Редактор О. А. Васильева

Подписано в печать 03.03.05 г. Формат 60 × 90 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Печ. л. 7. Тираж 1000 экз. Заказ № 170г

Издательство Московского центра непрерывного математического образования 119002,
Москва, Большой Власьевский пер., 11. Тел. 241-05-00.

Отпечатано с готовых диапозитивов в ФГУП «Полиграфические ресурсы».

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. 241-72-85. E-mail: biblio@mccme.ru

ISBN 5-94057-162-X

© Miwa T., Jimbo M., Date E., 1993

© МЦНМО, перевод на русск. яз., 2005.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|-----------|
| Предисловие | 5 |
| Г л а в а 1. Уравнение КдФ и его симметрии | 8 |
| § 1.1. Симметрии и группы преобразования. | 8 |
| § 1.2. Симметрии уравнения КдФ | 12 |
| § 1.3. Лаксова форма эволюционного уравнения (вспомогательные линейные дифференциальные уравнения) | 15 |
| Г л а в а 2. Иерархия КдФ | 18 |
| § 2.1. Псевдодифференциальные операторы | 18 |
| § 2.2. Высшие уравнения КдФ | 20 |
| § 2.3. Бесконечное число коммутирующих симметрий | 21 |
| § 2.4. Иерархия КП | 23 |
| Г л а в а 3. Уравнения Хироты и вершинные операторы | 26 |
| § 3.1. Производная Хироты | 26 |
| § 3.2. КдФ и n -солитонные решения | 29 |
| § 3.3. Вершинные операторы | 31 |
| § 3.4. Билинейное тождество | 34 |
| Г л а в а 4. Исчисление фермионов | 38 |
| § 4.1. Алгебра дифференциальных операторов | 38 |
| § 4.2. Фермионы | 40 |
| § 4.3. Представление Фока | 41 |
| § 4.4. Дуальность, заряд и энергия | 44 |
| § 4.5. Теорема Вика | 46 |
| Г л а в а 5. Бозон-фермионное соответствие | 49 |
| § 5.1. Использование производящих функций | 49 |
| § 5.2. Нормальная форма операторов | 50 |
| § 5.3. Построение бозонов из фермионов | 52 |
| § 5.4. Изоморфизм пространств Фока | 53 |
| § 5.5. Представление фермионов через бозоны | 55 |

| | |
|---|-----|
| Г л а в а 6. Группы преобразований и τ -функции | 59 |
| § 6.1. Групповое действие и орбиты | 59 |
| § 6.2. Фермионная реализация алгебры Ли $gl(\infty)$ | 60 |
| § 6.3. Группа преобразований иерархии КП. | 64 |
| Г л а в а 7. Группа преобразований для уравнения КdФ | 67 |
| § 7.1. Иерархия КdФ в сравнении с иерархией КП. | 67 |
| § 7.2. Группа преобразований уравнения КdФ | 68 |
| Г л а в а 8. Конечномерные грассmannианы и соотношения Плюккера | 72 |
| § 8.1. Конечномерные грассmannианы | 72 |
| § 8.2. Координаты Плюккера | 75 |
| § 8.3. Соотношения Плюккера | 77 |
| Г л а в а 9. Бесконечномерные грассmannианы | 82 |
| § 9.1. Случай конечномерного пространства Фока | 82 |
| § 9.2. Описание вакуумной орбиты | 86 |
| § 9.3. Диаграммы Юнга и характеристические полиномы | 88 |
| Г л а в а 10. Билинейное тождество | 94 |
| § 10.1. Билинейное тождество и соотношения Плюккера | 94 |
| § 10.2. Соотношения Плюккера и уравнение Хироты | 96 |
| Решение упражнений | 100 |
| Указания к литературе | 107 |
| Предметный указатель | 111 |