

Н. Н. Петров, К. А. Щелчков

ВВЕДЕНИЕ В ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ



**Ижевск
2021**

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

Институт математики, информационных технологий и
физики

Н.Н. Петров, К.А. Щелчков

ВВЕДЕНИЕ В ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ

Учебное пособие



Ижевск
2021

УДК 519.8
ББК 22.162.22я73
П 305

Работа выполнена в рамках мероприятий, проводимых в Уральском математическом центре.

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом УдГУ

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Ухоботов В.И.,
зав. каф. теории управления и оптимизации
Челябинского государственного университета

Петров Н.Н., Щелчков К.А.

П 305 Введение в выпуклый анализ: учебное пособие. — Ижевск:
Издательский центр «Удмуртский университет», 2021. — 212 с.

ISBN 978-5-4312-0929-1

Настоящее пособие посвящено последовательному изложению основных понятий, конструкций и фактов выпуклого анализа - современного раздела математики, изучающего свойства выпуклых множеств, выпуклых функций и выпуклых экстремальных задач. Рассмотрен конечномерный случай. Материал отобран с учетом его значимости для теории оптимизации, оптимального управления и дифференциальных игр. Для студентов, аспирантов и преподавателей математических специальностей вузов, а также для всех, интересующихся выпуклым анализом и его приложениям в смежных областях математики.

УДК 519.8
ББК 22.162.22я73

ISBN 978-5-4312-0929-1

© Н.Н. Петров, К.А. Щелчков, 2021
© ФГБОУ ВО «Удмуртский
государственный университет», 2021

СОДЕРЖАНИЕ

Список обозначений	3
Предисловие	5
§ 1. Выпуклые множества	6
§ 2. Выпуклая оболочка множества	17
§ 3. Теоремы отделимости	28
§ 4. Относительная внутренность множества	43
§ 5. Опорная гиперплоскость	51
§ 6. Выпуклые конусы	56
§ 7. Крайние точки	64
§ 8. Теорема Хелли	75
§ 9. Опорные функции	83
§ 10. Расстояние по Хаусдорфу	94
§ 11. Положительный базис	103
§ 12. Разность по Минковскому	118
§ 13. Многозначные отображения	131
§ 14. Выпуклые функции	142
§ 15. Разрешающие функции и функции Минковского	160
§ 16. Индивидуальные задания для студентов	166
Ответы и указания	171
Список используемой литературы	207