



Е. А. Никулин

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ



Е. А. НИКУЛИН

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА. МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ

РЕКОМЕНДОВАНО
Ученым советом Нижегородского государственного
технического университета им. Р. Е. Алексеева
в качестве учебного пособия
для студентов направления подготовки
«Информатика и вычислительная техника»



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
МОСКВА
КРАСНОДАР
2023

ББК 32.81я73

Н 65

Никулин Е. А.

Н 65 Компьютерная графика. Модели и алгоритмы: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2023. — 708 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-2505-1

В книге детально излагаются математические и алгоритмические основы современной компьютерной графики: модели графических объектов на плоскости и в пространстве (точки, векторы, линии и поверхности, включая составные, полиэдры, сплошные и воксельные объекты), геометрические задачи визуализации — комплекс алгоритмов 2d- и 3d- отсечения и удаления, алгоритмы аффинных и проективных преобразований, методы изображения поверхностей, включая текстурирование. Материал сопровождается большим числом иллюстраций, блок-схем алгоритмов и примеров их реализации.

Настоящее пособие предназначено для студентов направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». Также может быть полезно аспирантам, преподавателям вузов и всем специалистам, как постигающим основы компьютерной графики, так и разрабатывающим новые алгоритмы и прикладные графические программы.

ББК 32.81я73

Рецензенты:

В. Е. ТУРЛАПОВ — доктор технических наук, профессор кафедры математического обеспечения и суперкомпьютерных технологий Института информационных технологий, математики и механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского;
В. В. КОНДРАТЬЕВ — член-корреспондент РАН, профессор, зав. кафедрой вычислительных систем и технологий Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева.

Обложка
Е.А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2023
© Е. А. Никулин, 2023
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ.....	6
АББРЕВИАТУРЫ.....	10
ГЛАВА 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ.....	11
1.1. Графические элементы на плоскости.....	17
1.1.1. Модели прямой линии на плоскости.....	18
1.1.2. Взаимное положение графических элементов на плоскости.....	22
1.1.3. Тесты свойств графических элементов на плоскости.....	31
1.1.4. Тесты локализации объектов на плоскости.....	37
1.1.5. Площадь и геометрический центр полигона.....	47
1.1.6. Алгоритмы генерирования случайных полигонов.....	49
1.1.7. Квадратичные линии.....	57
1.1.8. Параметрические линии.....	60
1.1.9. Геометрические преобразования неявных линий.....	64
1.2. Сопряжение на плоскости.....	66
1.2.1. Задачи общего назначения.....	66
1.2.2. Сопряжения с окружностями.....	69
1.2.3. Скругление углов.....	72
1.2.4. Эквидистантные линии.....	74
1.3. Операции со списками.....	77
1.3.1. Объединение списков отрезков.....	79
1.3.2. Пересечение списков отрезков.....	81
1.3.3. Исключение списков отрезков.....	83
1.3.4. Соединение отрезков в контуры.....	85
1.4. Отсечение на плоскости.....	91
1.4.1. Отсечение отрезков.....	92
1.4.2. Отсечение полигонов.....	100
1.4.3. Отсечение полуплоскостями.....	104
1.4.4. Разрезание полигонов.....	108
1.4.5. Триангуляция полигонов.....	114
1.5. Графические элементы в пространстве.....	126
1.5.1. Модели плоской поверхности.....	128
1.5.2. Модели линий в пространстве.....	132
1.5.3. Взаимное положение графических элементов в пространстве.....	135
1.5.4. Модель полиэдра.....	143
1.5.5. Тесты свойств графических элементов в пространстве.....	151
1.5.6. Тесты локализации объектов в пространстве.....	154
1.5.7. Объём и центр тяжести полиэдра.....	167
1.5.8. Выпуклая полиэдральная оболочка массива точек.....	168
1.5.9. Квадратичные поверхности.....	173
1.5.10. Параметрические поверхности.....	178
1.5.11. Геометрические преобразования неявных поверхностей.....	183

1.6. Отсечение в пространстве.....	187
1.6.1. Отсечение отрезков.....	188
1.6.2. Отсечение полигонов и полиэдров.....	192
1.6.3. Отсечение полупространствами.....	200
1.6.4. Сечение полиэдра плоскостью.....	207
1.6.5. Разрезание полиэдра.....	213
1.7. Удаление в пространстве.....	217
1.7.1. Классификация методов удаления.....	218
1.7.2. Обзор типовых методов удаления.....	222
1.7.3. Удаление невидимых линий.....	233
1.7.4. Удаление невидимых граней.....	238
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛИНИЙ.....	243
2.1. Полиномиальные линии.....	246
2.1.1. Интерполяция.....	248
2.1.2. Аппроксимация и приближение по МНК.....	261
2.1.3. Линии Безье.....	267
2.1.4. Конгруэнтные преобразования моделей линий.....	287
2.2. Составные линии.....	294
2.2.1. Сопряжение интерполяционных сегментов.....	295
2.2.2. Сопряжение с перекрытием сегментов.....	304
2.2.3. Составные линии Безье.....	309
2.2.4. Рациональные составные линии Безье.....	321
2.3. Сплайновые линии.....	327
2.3.1. Интерполяция.....	327
2.3.2. Аппроксимация и приближение.....	338
2.3.3. Сплайны с конечными носителями.....	341
ГЛАВА 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.....	353
3.1. Аффинные преобразования.....	354
3.1.1. Основные понятия и методы преобразований.....	354
3.1.2. Элементарные аффинные преобразования.....	368
3.1.3. Сложные аффинные преобразования.....	377
3.2. Проективные преобразования.....	410
3.2.1. Ортографические проекции.....	411
3.2.2. Аксонометрические проекции.....	412
3.2.3. Косоугольные проекции.....	419
3.2.4. Центральные (перспективные) проекции.....	423
3.2.5. Проективные предыскажения.....	436
3.3. Проективные алгоритмы сложных преобразований.....	439
3.3.1. Проецирование пространственных линий на плоскость.....	440
3.3.2. Стереографические проекции.....	444
3.3.3. Картографические проекции	448
3.3.4. Построение сцены с подвижным наблюдателем.....	461

ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОВЕРХНОСТЕЙ.....	465
4.1. Классификация поверхностей.....	466
4.2. Методы изображения поверхностей.....	469
4.2.1. Выбор проекции изображения.....	470
4.2.2. Каркасные сети.....	471
4.2.3. Полигональные сети.....	475
4.2.4. Текстуры.....	485
4.3. Кинематические поверхности.....	513
4.3.1. Поверхности элементарных преобразований.....	515
4.3.2. Линейчатые поверхности.....	522
4.3.3. Нелинейные поверхности.....	533
4.4. Полиномиальные поверхности.....	553
4.4.1. Интерполяция граничных элементов.....	554
4.4.2. Интерполяция узловых элементов.....	565
4.4.3. Аппроксимация и приближение по МНК.....	573
4.4.4. Поверхности Безье.....	576
4.4.5. Конгруэнтные преобразования моделей поверхностей.....	597
4.4.6. Остовные поверхности.....	600
4.5. Составные поверхности.....	609
4.5.1. Сопряжение интерполяционных сегментов.....	610
4.5.2. Составные поверхности Безье.....	618
4.5.3. Рациональные составные поверхности Безье.....	627
4.5.4. Эквидистантные поверхности.....	635
4.6. Сплайновые поверхности.....	641
4.6.1. Бикубические сплайны.....	641
4.6.2. Сплайны с перекрытием параболических сегментов.....	646
4.7. Дискретные поверхности.....	650
ГЛАВА 5. МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ В ПРОСТРАНСТВЕ.....	656
5.1. Методы трехмерного моделирования.....	657
5.2. Каркасные модели.....	658
5.2.1. Модели полиэдров.....	660
5.2.2. Преобразования моделей полиэдров.....	664
5.3. Границные модели.....	668
5.4. Сплошные модели.....	671
5.4.1. Воксельные модели.....	672
5.4.2. Конструктивные модели.....	678
5.5. Оптимизация визуализации.....	684
5.5.1. Выбор мировой системы координат.....	684
5.5.2. Отбраковка нелицевых граней и нормировка векторов.....	687
5.5.3. Построение охватывающих оболочек.....	690
5.5.4. Разбиение граней.....	697
БИБЛИОГРАФИЯ.....	703