

Н. Г. ДЕ БРЭЙН

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В АНАЛИЗЕ

**ASYMPTOTIC METHODS
IN ANALYSIS**

by

N. G. DE BRUIJN

*Professor of Mathematics at the University
of Amsterdam, Netherlands*

1958

**NORTH-HOLLAND PUBLISHING CO.—AMSTERDAM
P. NOORDHOFF LTD.—GRONINGEN**

Н. Г. де БРЁЙН

**АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В АНАЛИЗЕ**

Перевод с английского
М. А. ЕВГРАФОВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1961

АННОТАЦИЯ

Книга содержит элементарное изложение ряда методов, используемых в анализе для получения асимптотических формул. Изложение весьма своеобразное — каждая глава состоит из небольшого введения, объясняющего сущность данного метода, и некоторого количества удачно подобранных примеров (иногда довольно сложных), иллюстрирующих применение этого метода. В конце глав приводятся упражнения для самостоятельного решения.

Важность излагаемых в книге методов, наглядность и доступность изложения делают эту книгу очень ценной для всех начинающих знакомиться с методами получения асимптотических формул (студентов старших курсов и аспирантов университетов и технических вузов, физиков, инженеров различных специальностей). Книга представляет несомненный интерес также для тех, кто уже знаком с этой областью анализа.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
<i>Глава 1. Введение</i>	<i>9</i>
1.1. Что такое асимптотика?	9
1.2. Символ O	11
1.3. Символ o	19
1.4. Асимптотическое равенство	19
1.5. Асимптотические ряды	20
1.6. Элементарные действия с асимптотическими рядами	24
1.7. Асимптотические оценки и вычислительная математика	28
1.8. Упражнения	30
<i>Глава 2. Неявные функции</i>	<i>32</i>
2.1. Введение	32
2.2. Формула обращения Лагранжа	33
2.3. Применения	34
2.4. Более сложный случай	36
2.5. Метод итераций	41
2.6. Корни уравнений	42
2.7. Асимптотические итерации	44
2.8. Упражнения	46
<i>Глава 3. Суммирование</i>	<i>47</i>
3.1. Введение	47
3.2. Случай a	48
3.3. Случай b	50
3.4. Случай c	51
3.5. Случай d	52
3.6. Формула суммирования Эйлера — Маклорена	55
3.7. Пример	58
3.8. Замечание	58
3.9. Другой пример	59

3.10. Формула Стирлинга для Γ -функции в комплексной плоскости	63
3.11. Знакопеременные суммы	66
3.12. Применение формулы суммирования Пуассона	71
3.13. Преобразование Абеля	76
3.14. Упражнения	79
<i>Глава 4. Метод Лапласа для оценки интегралов</i>	<i>81</i>
4.1. Введение	81
4.2. Общий случай	85
4.3. Максимум на границе	87
4.4. Асимптотические разложения	88
4.5. Асимптотическое поведение гамма-функции	92
4.6. Кратные интегралы	94
4.7. О применениях	96
4.8. Упражнения	100
<i>Глава 5. Метод перевала</i>	<i>102</i>
5.1. Метод	102
5.2. Геометрическая интерпретация	105
5.3. Поверхности без вершин	107
5.4. Наибыстрейший спуск	109
5.5. Наибыстрейший спуск в концевой точке	111
5.6. Второй этап	112
5.7. Простой общий случай	113
5.8. Контур постоянной высоты	115
5.9. Замкнутый контур	117
5.10. Область влияния точки перевала	117
5.11. Примеры	119
5.12. Малые возмущения	124
5.13. Упражнения	130
<i>Глава 6. Применения метода перевала</i>	<i>131</i>
6.1. Число разбиений конечного множества на классы	132
6.2. Асимптотическое поведение d_n	133
6.3. Другой метод	138
6.4. Сумма $S(s, n)$	139
6.5. Асимптотическое поведение P	143
6.6. Асимптотическое поведение Q	147
6.7. Окончательная оценка $S(s, n)$	151
6.8. Обобщенная гамма-функция	152

6.9. Целая функция $G_0(s)$	156
6.10. Окончательная оценка $G(s)$	165
6.11. Упражнения	167
<i>Глава 7. Непрямые методы</i>	168
7.1. Прямые и не прямые асимптотические методы	168
7.2. Тауберовы теоремы	171
7.3. Дифференцирование асимптотических формул	174
7.4. Аналогичная задача	176
7.5. Метод Караматы	179
7.6. Упражнения	183
<i>Глава 8. Итерации функций</i>	185
8.1. Введение	185
8.2. Итерации функции	185
8.3. Быстрая сходимость	188
8.4. Медленная сходимость	191
8.5. Подготовка	192
8.6. Итерации синуса	195
8.7. Другой метод	198
8.8. Окончание исследования итераций синуса	203
8.9. Об одном неравенстве, содержащем бесконечные ряды	206
8.10. Итерационная задача	209
8.11. Упражнения	216
<i>Глава 9. Дифференциальные уравнения</i>	217
9.1. Введение	217
9.2. Уравнение Риккати	219
9.3. Случай неустойчивости	226
9.4. Применение к линейному уравнению второго порядка	229
9.5. Случай осцилляции	232
9.6. Более общие случаи осцилляции	240
9.7. Упражнения	243