

И. И. ПРИВАЛОВ

АНАЛИТИЧЕСКАЯ  
ГЕОМЕТРИЯ



**И. И. ПРИВАЛОВ**

# **АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

**ИЗДАНИЕ СЕМНАДЦАТОЕ,  
ЧАСТИЧНО ПЕРЕРАБОТАННОЕ  
И ДОПОЛНЕННОЕ**

*Допущено Министерством высшего обра-  
зования СССР в качестве учебника для  
высших технических учебных заведений*

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1952 ЛЕНИНГРАД**

Редактор *А. Ф. Лапко.*

Техн. редактор *С. Н. Ахламов.*

Корректор *О. А. Сигал.*

Подписано к печати 23/VIII 1952 года. Бумага 84×108/16. 5,75 бум. л. 18,86 печ. л.  
22,10 уч.-изд. л. 46 900 тип. зн. в печ. л. Т-02167. Тираж 100 000 экз.

Цена книги 6 р. 65 коп. Переплёт 1 руб. Заказ № 3697.

Номинал по преискуранту 1952 г.

Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова Главполиграфиздата при  
Совете Министров СССР. Москва, Вавоная, 28.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к семнадцатому изданию . . . . .	9
Предисловие к тринадцатому изданию . . . . .	10
Введение . . . . .	11

### ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

#### АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Глава I. Метод координат . . . . .	13
§ 1. Понятие о направленных отрезках . . . . .	13
§ 2. Сложение отрезков . . . . .	14
§ 3. Координаты на прямой линии . . . . .	15
§ 4. Координаты на плоскости . . . . .	16
§ 5. Основные задачи . . . . .	20
§ 6. Полярные координаты . . . . .	27
§ 7. О направленных углах . . . . .	28
§ 8. Основные положения теории проекций . . . . .	29
Упражнения . . . . .	33
Глава II. Линии и их уравнения . . . . .	37
§ 1. Изображение линий посредством уравнений . . . . .	37
§ 2. Геометрический смысл уравнений . . . . .	40
§ 3. Две основные задачи . . . . .	42
§ 4. Пересечение двух линий . . . . .	42
§ 5. Уравнения линий в полярных координатах . . . . .	43
§ 6. Параметрические уравнения линий . . . . .	46
Упражнения . . . . .	48
Глава III. Прямая линия . . . . .	51
§ 1. Нормальное уравнение прямой линии . . . . .	51
§ 2. Приведение общего уравнения первой степени к нормальному виду . . . . .	53
§ 3. Исследование общего уравнения первой степени $Ax + By + C = 0$ . . . . .	54

§ 4. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом . . . . .	56
§ 5. Уравнение прямой линии в отрезках . . . . .	58
§ 6. Построение прямой линии по её уравнению . . . . .	60
§ 7. Угол между двумя прямыми . . . . .	61
§ 8. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых . . . . .	62
§ 9. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении . . . . .	63
§ 10. Определение точки пересечения двух прямых . . . . .	65
§ 11. Уравнение пучка прямых . . . . .	67
§ 12. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. . . . .	69
§ 13. Условие, при котором три данные точки лежат на одной прямой . . . . .	72
§ 14. Расстояние от данной точки до данной прямой . . . . .	73
§ 15. Уравнение прямой в полярной системе координат . . . . .	76
Упражнения . . . . .	76
<b>Глава IV. Элементарная теория конических сечений . . . . .</b>	<b>81</b>
§ 1. Окружность . . . . .	81
§ 2. Эллипс . . . . .	83
§ 3. Гипербола и её асимптоты . . . . .	86
§ 4. Парабола . . . . .	90
§ 5. Построение точек эллипса, гиперболы и параболы по- средством циркуля и линейки . . . . .	91
§ 6. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения . . . . .	92
§ 7. Эксцентриситет и директрисы эллипса . . . . .	93
§ 8. Эксцентриситет и директрисы гиперболы . . . . .	96
§ 9. Эксцентриситет и директриса параболы . . . . .	97
§ 10. Уравнение конического сечения в полярных координатах . . . . .	98
§ 11. Диаметры эллипса. Сопряжённые диаметры . . . . .	101
§ 12. Диаметры гиперболы. Сопряжённые диаметры . . . . .	104
§ 13. Диаметры параболы . . . . .	107
§ 14. Касательная . . . . .	109
§ 15. Эллипс как проекция окружности . . . . .	112
§ 16. Параметрические уравнения эллипса . . . . .	114
Упражнения . . . . .	115
<b>Глава V. Преобразование координат. Классификация линий . . . . .</b>	<b>122</b>
§ 1. Задача преобразования координат . . . . .	122
§ 2. Перенос начала координат . . . . .	123

§ 3. Поворот осей координат . . . . .	123
§ 4. Общий случай . . . . .	125
§ 5. Механическое истолкование формул преобразования координат . . . . .	126
§ 6. Некоторые приложения формул преобразования координат . . . . .	127
§ 7. Составление формул преобразования координат в случае, когда даны уравнения новых осей . . . . .	132
§ 8. Связь декартовых координат с полярными . . . . .	134
§ 9. Классификация линий . . . . .	135
Упражнения . . . . .	138
<b>Глава VI. Определители 2-го и 3-го порядка . . . . .</b>	<b>141</b>
§ 1. Определители 2-го порядка . . . . .	141
§ 2. Однородная система двух уравнений с тремя неизвестными . . . . .	145
§ 3. Определители 3-го порядка . . . . .	147
§ 4. Основные свойства определителей 3-го порядка . . . . .	150
§ 5. Система трёх уравнений первой степени с тремя неизвестными . . . . .	155
§ 6. Однородная система . . . . .	157
§ 7. Общее исследование системы трёх уравнений первой степени с тремя неизвестными . . . . .	161
§ 8. Некоторые приложения определителей к аналитической геометрии . . . . .	166
Упражнения . . . . .	169
<b>Глава VII. Исследование общего уравнения второй степени 170</b>	
§ 1. Общее уравнение линии 2-го порядка . . . . .	170
§ 2. Преобразование общего уравнения линии 2-го порядка к новому началу координат . . . . .	171
§ 3. Центр линии 2-го порядка . . . . .	172
§ 4. Два инварианта уравнения линии 2-го порядка . . . . .	175
§ 5. Упрощение уравнения центральной линии 2-го порядка . . . . .	177
§ 6. Исследование простейшего уравнения центральной линии 2-го порядка . . . . .	183
§ 7. Третий инвариант уравнения линии 2-го порядка . . . . .	187
§ 8. Главные диаметры центральной линии 2-го порядка . . . . .	189
§ 9. Построение центральной линии 2-го порядка . . . . .	191
§ 10. Исследование уравнения линии 2-го порядка, не имеющей определённого центра ( $AC - B^2 = 0$ ) . . . . .	192

§ 11. Определение главного диаметра и вершины параболы	197
§ 12. Упрощение уравнения параболы	199
§ 13. Построение параболы	201
§ 14. Упрощение уравнения кривой 2-го порядка	202
§ 15. Упрощение уравнений, изображающих кривые эллиптического и гиперболического типов	205
§ 16. Исследование простейшего уравнения, изображающего кривую эллиптического типа	206
§ 17. Исследование простейшего уравнения, изображающего кривую гиперболического типа	208
§ 18. Исследование уравнения, изображающего кривую параболического типа	209
§ 19. Результаты исследования общего уравнения второй степени	210
Упражнения	211

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ

### АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Глава I. Координаты в пространстве	213
§ 1. Прямоугольные координаты	213
§ 2. Основные задачи	216
§ 3. Определение направлений в пространстве	220
Упражнения	221
Глава II. Элементы векторной алгебры	223
§ 1. Векторы и скаляры	223
§ 2. Сложение векторов	224
§ 3. Вычитание векторов	227
§ 4. Умножение вектора на скаляр	228
§ 5. Проекция вектора	230
§ 6. Действие над векторами, заданными своими проекциями	233
§ 7. Скалярное произведение векторов	234
§ 8. Основные свойства скалярного произведения	236
§ 9. Скалярное произведение векторов, заданных проекциями	237
§ 10. Направление вектора	239
§ 11. Векторное произведение	242
§ 12. Основные свойства векторного произведения	244
§ 13. Векторное произведение векторов, заданных проекциями	247

§ 14. Векторно-скалярное произведение . . . . .	249
§ 15. Векторно-скалярное произведение в проекциях . . . . .	253
§ 16. Двойное векторное произведение . . . . .	255
Упражнения . . . . .	258
<b>Глава III. Геометрическое значение уравнений . . . . .</b>	<b>260</b>
§ 1. Изображение поверхностей посредством уравнений . . . . .	260
§ 2. Геометрический смысл уравнений . . . . .	262
§ 3. Две основные задачи . . . . .	262
§ 4. Сфера . . . . .	262
§ 5. Цилиндрические поверхности . . . . .	263
§ 6. Уравнения линии в пространстве . . . . .	265
§ 7. Пересечение трёх поверхностей . . . . .	266
Упражнения . . . . .	267
<b>Глава IV. Плоскость . . . . .</b>	<b>268</b>
§ 1. Нормальное уравнение плоскости . . . . .	268
§ 2. Приведение общего уравнения первой степени к нормаль- ному виду . . . . .	270
§ 3. Исследование общего уравнения плоскости . . . . .	274
§ 4. Уравнение плоскости в отрезках . . . . .	276
§ 5. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку . . . . .	278
§ 6. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки . . . . .	278
§ 7. Угол между двумя плоскостями . . . . .	281
§ 8. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей . . . . .	283
§ 9. Точка пересечения трёх плоскостей . . . . .	286
§ 10. Расстояние от точки до плоскости . . . . .	287
Упражнения . . . . .	291
<b>Глава V. Прямая линия . . . . .</b>	<b>294</b>
§ 1. Уравнения прямой линии . . . . .	294
§ 2. Уравнения прямой линии в проекциях. Общие урав- нения прямой . . . . .	299
§ 3. Угол между двумя прямыми линиями . . . . .	303
§ 4. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых . . . . .	305
§ 5. Уравнения прямой, проходящей через две данные точки . . . . .	305
§ 6. Угол между прямой и плоскостью . . . . .	307



§ 7. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости . . . . .	308
§ 8. Уравнение пучка плоскостей . . . . .	310
§ 9. Пересечение прямой с плоскостью . . . . .	312
§ 10. Условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости . . . . .	314
Упражнения . . . . .	319
<b>Глава VI. Цилиндрические и конические поверхности.</b>	
<b>Поверхности вращения. Поверхности 2-го порядка . . . . .</b>	
§ 1. Классификация поверхностей . . . . .	325
§ 2. Цилиндрические поверхности (общий случай) . . . . .	325
§ 3. Конические поверхности . . . . .	326
§ 4. Поверхности вращения . . . . .	328
§ 5. Эллипсоид . . . . .	330
§ 6. Однополостный гиперболоид . . . . .	332
§ 7. Двухполостный гиперболоид . . . . .	333
§ 8. Эллиптический параболоид . . . . .	335
§ 9. Гиперболический параболоид . . . . .	336
§ 10. Конус 2-го порядка . . . . .	338
§ 11. Цилиндры 2-го порядка . . . . .	339
§ 12. Прямолинейные образующие поверхностей 2-го порядка. Конструкции В. Г. Шухова . . . . .	340
Упражнения . . . . .	342
Ответы . . . . .	344