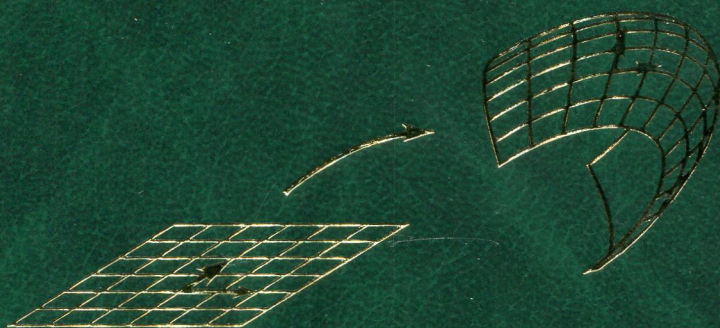


В. А. ТОПОНОВ

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

кривых и поверхностей



**В. А. ТОПОНОВ**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ  
ГЕОМЕТРИЯ  
кривых и поверхностей**

Учебное пособие для вузов



Москва  
ФИЗМАТКНИГА  
2012

ББК 22.151.4  
К43  
УДК 514.75 (082)

**T58 ТОПОНОГОВ В. А. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей:** Учеб. пособие для вузов. — М.: Физматкнига, 2012. — 224 с. ISBN 978-5-89155-213-5.

Автор книги В. А. Топоногов более 40 лет вел активную педагогическую деятельность в Новосибирском государственном университете и Новосибирском государственном педагогическом университете. Из множества курсов, им прочитанных, особенно замечательны курсы по дифференциальной и римановой геометрии. Обобщением читаемых курсов явился университетский учебник В. А. Топоногова по дифференциальной геометрии, вышедший на английский язык: V. A. Toponogov. *Differential geometry of curves and surfaces. A concise guide.* Birkhauser Boston, Inc., Boston, MA, xiv + 2006. Параллельно была подготовлена и русскоязычная версия этой книги.

Книга состоит из трех частей: теории кривых в трехмерном евклидовом пространстве и на плоскости, внешней геометрии поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве, внутренней геометрии поверхностей. Учебный материал представлен двумя уровнями сложности. Первый — это классическое теоретическое изложение университетского курса дифференциальной геометрии. Второй уровень содержит более сложный материал: оригинальное доказательство теоремы А. Д. Александрова сравнения углов треугольника на выпуклой поверхности, которое целиком годится и для многомерного случая и известно как теорема В. А. Топоногова сравнения углов треугольника, формулировку теоремы А. В. Погорелова о жесткости выпуклых поверхностей, ряд других «тонких» дифференциально-геометрических результатов. Глава 3 может рассматриваться как введение в  $n$ -мерную риманову геометрию (с сохранением простоты и ясности 2-мерного случая). Учебник содержит большое количество нестандартных и оригинальных задач, которые даны в порядке возрастания их сложности, а также ряд нерешенных проблем теории поверхностей.

Книга адресована студентам и аспирантам университетов, научным работникам и преподавателям вузов, всем тем, кто входит в интересный, многомерный мир римановой геометрии.

Ил. 62.

---

*Translation from the English language edition: "Differential Geometry of Curves and Surfaces: A Concise Guide" by Victor A. Toponogov*

ISBN 978-5-89155-213-5



© 2005 Birkhauser Boston as a part of Springer  
Science+Business Media, All Rights Reserved  
В. А. Топоногов (наследники), 2012  
Издательство «Физматкнига», оформление, 2012

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ОБ АВТОРЕ .....</b>	<b>5</b>
<b>ПРЕДИСЛОВИЕ .....</b>	<b>8</b>
ГЛАВА 1	
<b>ТЕОРИЯ КРИВЫХ В ТРЕХМЕРНОМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ И НА ПЛОСКОСТИ .....</b>	<b>10</b>
1.1. Определение и способы задания кривой .....	10
1.2. Касательная прямая и соприкасающаяся плоскость .....	12
1.3. Длина кривой .....	18
1.4. Задачи .....	22
1.5. Кривизна кривой .....	27
1.6. Плоские кривые .....	29
1.7. Задачи .....	31
1.8. Кручение кривой .....	53
1.9. Формулы Френе и натуральное уравнение кривой .....	55
1.10. Задачи .....	60
1.11. Упражнения к главе 1 .....	71
ГЛАВА 2	
<b>ВНЕШНЯЯ ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ТРЕХМЕРНОМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ .....</b>	<b>75</b>
2.1. Определение и способы задания поверхности .....	75
2.2. Касательная плоскость .....	80
2.3. Первая квадратичная форма поверхности .....	84
2.4. Вторая квадратичная форма поверхности .....	89
2.5. Третья квадратичная форма поверхности .....	102
2.6. Классы поверхностей .....	106
2.7. Поверхности вращения .....	107
2.8. Линейчатые и развертывающие поверхности .....	122
2.9. Выпуклые поверхности .....	126
2.10. Задачи .....	127
2.11. Седловые поверхности .....	132

---

2.12. Некоторые классы линий на поверхности .....	135
2.13. Задачи .....	146
2.14. Основные уравнения теории поверхностей .....	150
2.15. Задачи .....	156
2.16. Упражнения к главе 2 .....	163

### ГЛАВА 3

## **ВНУТРЕННЯЯ ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТИ .....** 168

3.1. Введение новых обозначений .....	168
3.2. Абсолютная производная векторного поля .....	169
3.3. Параллельное перенесение вектора вдоль кривой на поверхности .....	170
3.4. Геодезические линии .....	173
3.5. Кратчайшие линии. Связь между геодезическими и кратчайшими .....	180
3.6. Специальные системы координат .....	192
3.7. Теорема Гаусса–Бонне .....	200
3.8. Локальные теоремы сравнения .....	206
3.9. Теорема сравнения углов А. Д. Александрова .....	211
3.10. Задачи .....	216

## **ЛИТЕРАТУРА .....** 220

## **ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ .....** 221