

УНИВЕРСИТЕТЫ РОССИИ

С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова

# ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

УЧЕБНИК и ПРАКТИКУМ

5-е издание



НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**Юрайт**  
Издательство

[biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)



НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова**

# **ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

УЧЕБНИК И ПРАКТИКУМ  
ДЛЯ АКАДЕМИЧЕСКОГО БАКАЛАВРИАТА

5-е издание, исправленное и дополненное

*Рекомендовано Министерством общего и профессионального  
образования Российской Федерации в качестве учебника  
для студентов высших учебных заведений, обучающихся  
по техническим специальностям*

Книга доступна в электронной библиотечной системе  
[biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)

Москва ■ Юрайт ■ 2016

**Авторы:**

**Судоплатов Сергей Владимирович** — доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой алгебры и математической логики факультета прикладной математики и информатики Новосибирского государственного технического университета, доцент кафедры алгебры и математической логики механико-математического факультета Новосибирского государственного университета;

**Овчинникова Елена Викторовна** — доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и математической логики факультета прикладной математики и информатики Новосибирского государственного технического университета, доцент кафедры высшей математики факультета информатики и вычислительной техники Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики.

**Рецензенты:**

*Палютин Е. А.* — доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики и кибернетики Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики;

*Зыбарев В. М.* — кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики и кибернетики Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики.

**Судоплатов, С. В.**

С89 Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 279 с. — Серия : Университеты России.

ISBN 978-5-9916-8350-0

Серия «Университеты России» позволит высшим учебным заведениям нашей страны использовать в образовательном процессе учебники и учебные пособия по различным дисциплинам, подготовленные преподавателями лучших университетов России и впервые опубликованные в издательствах университетов. Все представленные в этой серии учебники прошли экспертную оценку учебно-методического отдела издательства и публикуются в оригинальной редакции.

В книге излагаются основы теории множеств, алгебраических систем, компьютерной арифметики, теории графов, комбинаторики, алгебры логики, которые образуют курс дискретной математики.

Для углубленного изучения материала в конце книги приводится список литературы. Для удобства поиска используемых терминов дан указатель терминов, а также указатель обозначений. Кроме того, в качестве приложения приведен типового расчет по дискретной математике для самостоятельного выполнения студентами семестрового задания на основе материала, излагаемого в книге.

*Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по инженерно-техническим и естественнонаучным направлениям.*

УДК 519.1(075.8)  
ББК 22.176я73



*Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».*

© Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В., 2012  
© Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В., 2016,  
с изменениями  
© ООО «Издательство Юрайт», 2016

ISBN 978-5-9916-8350-0

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	<b>6</b>
<b>Глава 1. Элементы теории множеств</b> .....	<b>10</b>
§ 1.1. Множества и основные операции над ними .....	10
§ 1.2. Отношения. Функции. Взаимно однозначные соответствия .....	17
§ 1.3. Натуральные числа. Принцип математической индукции .....	23
§ 1.4. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества .....	26
§ 1.5. Матрица бинарного отношения. Специальные бинарные отношения .....	31
§ 1.6. Отношения эквивалентности и разбиения. Фактор-множества .....	35
§ 1.7. Отношения порядка .....	37
§ 1.8. Аксиомы теории множеств .....	44
<i>Задачи и упражнения</i> .....	46
<b>Глава 2. Алгебраические системы</b> .....	<b>51</b>
§ 2.1. Определения и примеры .....	51
§ 2.2. Морфизмы .....	54
§ 2.3. Подсистемы .....	57
§ 2.4. Конгруэнции. Фактор-алгебры. Теорема о гомоморфизме .....	59
§ 2.5. Декартовы произведения алгебр. Теорема Биркгофа .....	61
§ 2.6. Решетки и булевы алгебры .....	63
§ 2.7. Идеалы и фильтры булевой алгебры .....	68
§ 2.8. Алгебры отношений и реляционные алгебры .....	70
<i>Задачи и упражнения</i> .....	74
<b>Глава 3. Числовые системы</b> .....	<b>76</b>
§ 3.1. Бесконечные числовые системы .....	76
§ 3.2. Системы счисления .....	82
§ 3.3. Компьютерная алгебра и численный анализ .....	88
§ 3.4. Списочное представление чисел .....	90
§ 3.5. Делимость в кольце целых чисел .....	93
§ 3.6. Разложение целых чисел на множители .....	96
§ 3.7. Целые числа по модулю $m$ .....	99
§ 3.8. Линейные уравнения по модулю $m$ . Китайская теорема об остатках .....	103

§ 3.9. Точные вычисления, использующие модулярную арифметику.....	106
<i>Задачи и упражнения</i> .....	113
<b>Глава 4. Элементы теории графов .....</b>	<b>115</b>
§ 4.1. Виды и способы задания графов .....	115
§ 4.2. Подграфы и части графа. Операции над графами .....	121
§ 4.3. Маршруты. Достижимость. Связность.....	126
§ 4.4. Расстояния в графах.....	131
§ 4.5. Нахождение кратчайших маршрутов.....	133
§ 4.6. Степени вершин.....	136
§ 4.7. Обходы графов .....	137
§ 4.8. Остовы графов.....	140
§ 4.9. Обходы графа по глубине и ширине. Решение задачи коммивояжера ...	143
§ 4.10. Упорядоченные и бинарные деревья .....	149
§ 4.11. Фундаментальные циклы.....	152
§ 4.12. Разрезы .....	153
§ 4.13. Векторные пространства, связанные с графами.....	156
§ 4.14. Раскраски графов .....	158
§ 4.15. Планарные графы .....	160
<i>Задачи и упражнения</i> .....	162
<b>Глава 5. Комбинаторика.....</b>	<b>165</b>
§ 5.1. Перестановки и подстановки .....	165
§ 5.2. Размещения и сочетания .....	168
§ 5.3. Размещения и сочетания с повторением.....	170
§ 5.4. Разбиения.....	170
§ 5.5. Метод включений и исключений.....	172
§ 5.6. Рекуррентные соотношения. Возвратные последовательности .....	174
<i>Задачи и упражнения</i> .....	177
<b>Глава 6. Алгебра логики .....</b>	<b>180</b>
§ 6.1. Формулы алгебры логики .....	180
§ 6.2. Функции алгебры логики.....	183
§ 6.3. Эквивалентность формул.....	186
§ 6.4. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы .....	188
§ 6.5. Двухэлементная булева алгебра. Фактор-алгебра алгебры формул .....	194
§ 6.6. Минимизация булевых функций в классе ДНФ .....	195
§ 6.7. Карты Карно.....	198

---

§ 6.8. Принцип двойственности для булевых функций.....	201
§ 6.9. Полные системы булевых функций.....	202
§ 6.10. Функциональная декомпозиция .....	205
§ 6.11. Логические сети.....	212
§ 6.12. Проверка теоретико-множественных соотношений с помощью алгебры логики .....	219
§ 6.13. Логические задачи .....	220
<i>Задачи и упражнения</i> .....	222
<b>Библиографический список .....</b>	<b>232</b>
<b>Приложение. Варианты типового расчета .....</b>	<b>235</b>
<b>Указатель терминов.....</b>	<b>262</b>
<b>Указатель обозначений.....</b>	<b>275</b>