





НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова**

# **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

УЧЕБНИК И ПРАКТИКУМ  
ДЛЯ АКАДЕМИЧЕСКОГО БАКАЛАВРИАТА

5-е издание, стереотипное

*Рекомендовано Учебно-методическим отделом  
высшего образования в качестве учебника и практикума  
для студентов высших учебных заведений, обучающихся  
по естественнонаучным и инженерно-техническим направлениям*

Книга доступна в электронной библиотечной системе  
[biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)

Москва ■ Юрайт ■ 2016

УДК 510.6(075.8)  
ББК 22.12я73  
С89

**Авторы:**

**Судоплатов Сергей Владимирович** — доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой алгебры и математической логики факультета прикладной математики и информатики Новосибирского государственного технического университета, доцент кафедры алгебры и математической логики механико-математического факультета Новосибирского государственного университета;

**Овчинникова Елена Викторовна** — доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и математической логики факультета прикладной математики и информатики Новосибирского государственного технического университета, доцент кафедры высшей математики факультета информатики и вычислительной техники Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики.

**Рецензенты:**

**Палютин Е. А.** — доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и математической логики Новосибирского государственного университета;

**Пинус А. Г.** — доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и математической логики Новосибирского государственного технического университета.

**Судоплатов, С. В.**

С89 Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стереотип. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 255 с. — Серия : Бакалавр. Академический курс.

ISBN 978-5-9916-8277-0

В книге излагаются классические исчисления математической логики: исчисления высказываний и исчисления предикатов; основы теории моделей, теории алгоритмов, а также неклассических логик.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

*Для студентов младших курсов технических вузов, изучающих математическую логику и теорию алгоритмов.*

УДК 510.6(075.8)  
ББК 22.12я73



*Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».*

ISBN 978-5-9916-8277-0

© Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В., 2016  
© ООО «Издательство Юрайт», 2016

# Оглавление

<b>Предисловие</b> . . . . .	5
<b>Глава 1. Исчисления высказываний</b> . . . . .	9
§ 1.1. Определение формального исчисления . . . . .	9
§ 1.2. Исчисление высказываний гёделевского типа . . . . .	13
§ 1.3. Эквивалентность формул . . . . .	18
§ 1.4. Нормальные формы . . . . .	20
§ 1.5. Семантика исчисления секвенций . . . . .	22
§ 1.6. Исчисление высказываний гильбертовского типа . . . . .	28
§ 1.7. Алгоритмы проверки общезначимости и противоречивости в ИВ . . . . .	32
Задачи и упражнения . . . . .	41
<b>Глава 2. Логика и исчисления предикатов</b> . . . . .	45
§ 2.1. Формулы сигнатуры $\Sigma$ . Истинность формулы на алгебраической системе . . . . .	46
§ 2.2. Секвенциальное исчисление предикатов . . . . .	53
§ 2.3. Эквивалентность формул в ИПС $^{\Sigma}$ . . . . .	61
§ 2.4. Нормальные формы . . . . .	63
§ 2.5. Теорема о существовании модели . . . . .	65
§ 2.6. Исчисление предикатов гильбертовского типа . . . . .	70
§ 2.7. Скулемизация алгебраических систем . . . . .	73
§ 2.8. Метод резолюций в исчислении предикатов . . . . .	76
§ 2.9. Логические программы . . . . .	86
Задачи и упражнения . . . . .	90
<b>Глава 3. Элементы теории моделей</b> . . . . .	99
§ 3.1. Элементарная эквивалентность. Теоремы Лёвенгейма — Скулема . . . . .	99
§ 3.2. Элементарные теории . . . . .	106

§ 3.3. Типы. Основные классы моделей . . . . .	112
§ 3.4. Категоричность. Спектры моделей полных теорий . . . . .	121
§ 3.5. Система аксиом арифметики Пеано. Нестандартные модели арифметики . . . . .	129
Задачи и упражнения . . . . .	132
<b>Глава 4. Элементы теории алгоритмов . . . . .</b>	<b>134</b>
§ 4.1. Машины Тьюринга . . . . .	135
§ 4.2. Рекурсивные функции и отношения . . . . .	144
§ 4.3. Эквивалентность моделей алгоритмов . . . . .	153
§ 4.4. Универсальные частично рекурсивные функции. Теорема Райса . . . . .	158
§ 4.5. Рекурсивно перечислимые отношения . . . . .	164
§ 4.6. Неразрешимость исчисления предикатов. Теорема Гёделя о неполноте. Разрешимые и неразрешимые теории . . . . .	169
§ 4.7. Характеристики сложности алгоритмов . . . . .	176
§ 4.8. Переборные задачи . . . . .	179
§ 4.9. Алгоритмы сортировки . . . . .	187
§ 4.10. Конечные автоматы . . . . .	190
Задачи и упражнения . . . . .	193
<b>Глава 5. Неклассические логики . . . . .</b>	<b>196</b>
§ 5.1. Пропозициональные логики . . . . .	196
§ 5.2. Предикатные логики . . . . .	208
§ 5.3. Предикатные временные логики и их приложение к программированию . . . . .	212
§ 5.4. Алгоритмические логики . . . . .	217
Задачи и упражнения . . . . .	221
<b>Библиографический список . . . . .</b>	<b>223</b>
<b>Приложение. Варианты типового расчета . . . . .</b>	<b>226</b>
<b>Указатель терминов . . . . .</b>	<b>240</b>
<b>Указатель обозначений . . . . .</b>	<b>252</b>