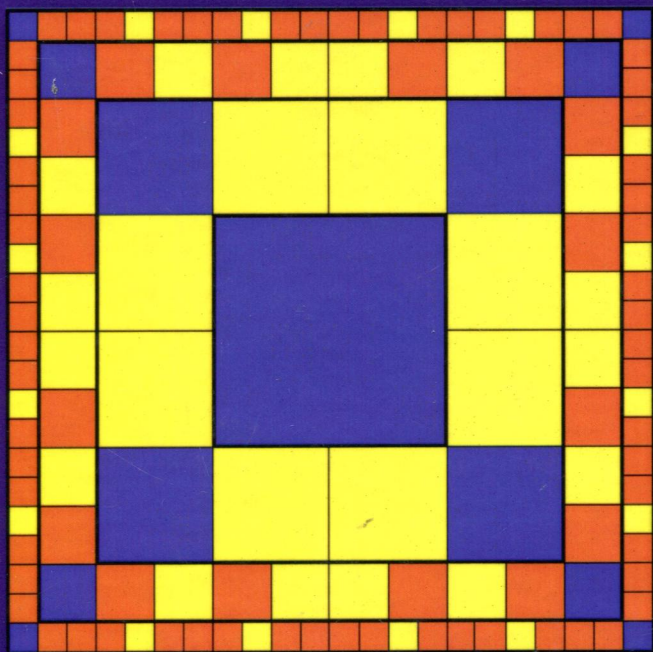


И. В. Бойков, А. И. Бойкова

Приближенные методы решения
прямых и обратных задач
гравиразведки

Монография



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ПГУ)

И. В. Бойков, А. И. Бойкова

Приближенные методы решения
прямых и обратных задач
гравиразведки

Монография

Пенза
Издательство ПГУ
2013

УДК 550.83
Б77

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета

М. В. Носков;

доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общепрофессиональных дисциплин Пензенского филиала военного учебно-научного центра Сухопутных войск Общевойсковой академии Вооруженных сил Российской Федерации

О. А. Голованов

Научный редактор

заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор

В. И. Волчихин

Бойков, И. В.

Б77

Приближенные методы решения прямых и обратных задач гравиразведки: моногр. / И. В. Бойков, А. И. Бойкова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2013. – 510 с.

ISBN 978-5-94170-727-0

Книга посвящена приближенным методам решения прямых и обратных задач гравиразведки. Исследована гладкость потенциальных полей различной природы и построены оптимальные по точности методы приближения потенциальных полей в метрике пространства непрерывных функций. Построены оптимальные по точности приближенные методы решения прямых задач гравиразведки. Предложены и обоснованы итерационные методы решения плоских и пространственных обратных задач гравиметрии в линейной и нелинейной постановках. Для обратной задачи потенциала в двумерном случае предложены и обоснованы алгоритмы, основанные на проекционных методах решения нелинейных сингулярных интегральных уравнений. Исследованы приближенные методы продолжения потенциальных полей, основанные на решении интегральных уравнений с многомерными интегралами типа Коши и сингулярных интегральных уравнений. Построены оптимальные методы вычисления трансформаций потенциальных полей, в основу которых положена интерпретация трансформаций как гиперсингулярных интегралов.

Книга адресована математикам, геофизикам, механикам и физикам, которые в своих предметных областях сталкиваются с необходимостью исследовать потенциальные поля различной природы, а также аспирантам и студентам специальностей «Математика», «Прикладная математика», «Геофизика», «Механика».

УДК 550.83

ISBN 978-5-94170-727-0

© Пензенский государственный университет, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	10
ГЛАВА I. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ, ОБЗОРЫ	14
1. Прямая и обратная задачи гравиметрии	14
2. Классы функций и обозначения	19
3. Численные методы решения прямой задачи гравиметрии	28
4. Численные методы решения обратной задачи гравиметрии	32
4.1. Потенциальные поля	33
4.2. Магнитные поля	33
5. Применение шаровых функций к решению прямых и обратных задач теории потенциальных полей	37
5.1. Полиномы Лежандра	38
6. Гиперсингулярные интегралы	41
6.1. Одномерные гиперсингулярные интегралы	41
6.2. Многомерные интегралы в смысле Адамара	49
7. Постановка задачи построения оптимальных алгоритмов вычисления гиперсингулярных интегралов и интегралов типа Коши	54
8. Элементы теории приближений	60
8.1. Полиномы наилучшего приближения	60
8.2. Интерполяционные полиномы	64
8.3. Элементы теории сплайнов	67
8.4. Полиномы Бернштейна	68
8.5. Некоторые факты из теории квадратурных формул	69
9. Элементы функционального анализа	73
9.1. Нормированные пространства	73
9.2. Линейные операторы	74
9.3. Дифференцирование в нормированных пространствах	77
10. Итерационные методы решения операторных уравнений	78
11. Метод Ньютона – Канторовича	80
ГЛАВА II. ОПТИМАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ	85
1. Оценки роста модуля производных потенциальных полей	86
1.1. Плоские поля	87
1.2. Трехмерные поля	90
1.3. Гладкость лапласовых полей	98
2. Оптимальные методы аппроксимации классов функций $Q_{r,\gamma}$ и $B_{r,\gamma}$	100
2.1. Оптимальные алгоритмы на классе $Q_{r,\gamma}(\Omega, 1)$	100

2.2. Аппроксимация класса функций $B_{r,\gamma}(\Omega, 1)$, $\Omega = [-1, 1]^l$, $l = 2, 3, \dots$	123
3. Оптимальные по точности методы восстановления потенциальных полей локальными сплайнами и целыми функциями	127
3.1. Аппроксимация потенциальных полей, принадлежащих классу функций $Q_{r,\gamma}(\Omega, 1)$, непрерывными локальными сплайнами в конечных областях	127
3.2. Аппроксимация потенциальных полей, принадлежащих классу функций $\bar{B}_{\alpha,0,\gamma}(\Omega, M)$, $0 \leq \gamma \leq 1$, непрерывными локальными сплайнами в конечных областях	137
3.3. Аппроксимация потенциальных полей рядами Котельникова	142
3.4. Восстановление потенциальных полей в неограниченных областях	144
3.4.1. Оптимальное восстановление потенциальных полей в неограниченных областях	144
3.4.2. Оптимальные методы восстановления гравитационных полей, создаваемых телами различной конфигурации	148
3.4.2.1. Одномерный случай	150
3.4.2.2. Двумерный случай	152
3.4.2.3. Трехмерный случай	154
4. Оптимальные методы представления потенциальных полей	156
4.1. Оценки снизу	157
4.2. Оптимальные по порядку методы	162
5. Восстановление геофизических полей интерполяционными полиномами, состоящими из потенциальных функций	170
5.1. Постановка задачи	170
5.2. Построение интерполяционных полиномов	171
5.3. Об одном подходе к аналитической аппроксимации потенциальных полей	177
6. Численный алгоритм восстановления потенциальных полей Земли	182
6.1. Постановка задачи. Обзор литературы	182
6.2. Численный алгоритм	184
6.3. Модельный пример	195
ГЛАВА III. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ	197
1. Разложение по шаровым функциям потенциальных полей, создаваемых односвязным телом	197

1.1. Разложение в ряд по сферическим функциям потенциального поля одной материальной точки	197
1.2. Разложение в ряд по сферическим функциям потенциального поля двух точечных источников	199
1.3. Разложение в ряд по сферическим функциям потенциального поля $N + 1$ точечного источника	202
1.4. Разложение в ряд по сферическим функциям потенциального поля одного тела с переменной плотностью.....	204
1.5. Разложение в ряд по сферическим функциям потенциального поля двух тел с переменной плотностью.....	207
2. Аналитическое определение коэффициентов Фурье производных потенциальных полей	208
2.1. Разложение в ряд Фурье производных потенциальных полей от одного точечного источника.....	209
2.2. Разложение в ряд Фурье производных потенциальных полей от N точечных источников.....	211
3. Приближенные методы анализа потенциальных полей.....	212
4. Модельные примеры вычисления потенциала тела и его производных.....	223
ГЛАВА IV. ПРИБЛИЖЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ РЯДАМИ ПО СФЕРИЧЕСКИМ ФУНКЦИЯМ.....	226
1. Постановка задачи.....	226
2. Численное определение моментов потенциальных полей	226
2.1. Построение вычислительной схемы	226
2.2. Регуляризация по А. Н. Тихонову.....	227
2.3. Регуляризация по В. Н. Страхову.....	228
2.4. Обоснование сходимости вычислительных схем.....	229
3. Фильтрация по методу В. Н. Страхова.....	230
4. Приближенные методы определения моментов производных потенциальных полей.....	232
5. Приближенные методы глобального гармонического сферического анализа потенциальных полей	233
5.1. Обзор литературы.....	233
5.2. Вспомогательные предложения	238
5.3. Численный двухступенчатый алгоритм ГГСА, основанный на экстраполяции полей и применении кубатурных формул.....	240
6. Двухступенчатый коллокационный метод разложения	

потенциальных полей по сферическим функциям	243
6.1. Численный алгоритм	243
6.2. Модельный пример	246
ГЛАВА V. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИ- И МАГНИТОРАЗВЕДКИ, ПРЕДСТАВИМЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ В СВЕРТКАХ	248
1. Обзор методов	248
2. Итерационные методы решения линейных уравнений	249
2.1. Итерационные методы решения одномерных линейных уравнений	250
2.2. Итерационные методы решения многомерных линейных уравнений	254
2.3. Итерационный метод с локальным сдвигом	255
3. Итерационные методы решения линейных систем разностных уравнений	257
4. Методы регуляризации решений линейных уравнений Вольтерра в свертках	259
5. Итерационные методы решения интегральных уравнений Вольтерра	265
5.1. Постановка задачи	265
5.2. Одномерные интегральные уравнения Вольтерра	266
5.3. Многомерные интегральные уравнения Вольтерра в свертках	274
6. Итерационные методы решения уравнений в свертках на конечных интервалах	279
6.1. Постановка задачи	280
6.2. Приближенное решение одномерных уравнений	280
6.3. Параллельные методы решения многомерных уравнений в свертках	286
7. Итерационные методы решения линейной обратной задачи гравиметрии для контактной поверхности	289
7.1. Постановка задачи	289
7.2. Двумерная задача	290
7.2.1. Определение границы раздела при известной глубине залегания H и неизвестном интервале залегания (a, b)	291
7.2.2. Определение границы раздела $z(x)$ при известной глубине залегания H и известном интервале залегания (a, b)	292
7.2.3. Определение границы раздела $z(x)$ при неизвестной глубине залегания H и неизвестном	

интервале залегания (a, b)	294
7.3. Трехмерная задача	295
8. Итерационные методы решения нелинейных обратных задач гравиметрии и магнитометрии	298
8.1. Обзор численных методов решения обратных задач теории потенциала	298
8.2. Приближенное решение обратной задачи логарифмического потенциала	306
8.3. Приближенное решение обратной задачи в трехмерном случае	308
8.4. Модельные примеры	310
9. Итерационные методы восстановления пространственных изображений, искаженных системами с аберрациями	314
10. Применение метода гомотопии к решению обратных задач теории потенциала	325
10.1. Обратная задача теории потенциала в линейной постановке на плоскости	326
10.2. Обратная задача теории потенциала в линейной постановке в пространстве R_3	327
10.3. Обратная задача логарифмического потенциала в нелинейной постановке	329
10.4. Обратная задача теории потенциала в нелинейной постановке	330
10.5. Одновременное нахождение плотности и границы возмущающего тела	332
11. О применении метода локальных поправок к приближенному решению обратных задач гравиметрии	335
ГЛАВА VI. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ	343
1. Приближенное решение обратной задачи гравиметрии методом Ньютона – Канторовича	343
1.1. Постановка задачи. Обзор литературы	343
1.2. Метод Ньютона – Канторовича для точного уравнения	345
1.3. Метод простой итерации	355
2. Приближенное решение обратной задачи потенциала в пространстве суммируемых функций	357
2.1. Приближенное решение обратной задачи гравиметрии	359
2.2. Приближенное решение обратной задачи электроразведки ..	362
ГЛАВА VII. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ	

ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ	364
1. Обзор литературы	364
2. Метод сингулярных интегральных уравнений в задачах аналитического продолжения	364
3. Численные методы продолжения потенциальных полей в пространстве R_3	366
3.1. Постановка задачи	367
3.2. Приближенный метод	367
4. Дискретные модели продолжения потенциальных полей	373
4.1. Постановка задачи и вспомогательные результаты	373
4.2. Продолжение потенциальных полей с плоской поверхности .	374
4.3. Продолжение потенциальных полей с поверхности Ляпунова	379
ГЛАВА VIII. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТРАНСФОРМАЦИЙ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ	383
1. Постановка задачи	383
2. Одномерные трансформации	386
3. Гладкость одномерных трансформаций	393
4. Оптимальные методы восстановления одномерных сопряженных функций	396
5. Оптимальный метод трансформации потенциальных полей в одномерном случае	397
6. Трансформации многомерных потенциальных полей	401
7. Гладкость многомерных трансформаций	408
8. Оптимальные методы вычисления трансформаций, представимых многомерными гиперсингулярными интегралами .	418
9. Кубатурные формулы на хаотических сетках и их применение к приближенным методам трансформации потенциальных полей	421
9.1. Кубатурные формулы на классах функций Гельдера	422
9.2. Кубатурные формулы на классе функций $W^{r,\sigma}(M)$	424
9.3. Вычисление одномерных сингулярных интегралов на классах Гельдера	426
9.4. Вычисление одномерных сингулярных интегралов на классах Соболева	429
9.5. Приближенное вычисление гиперсингулярных интегралов на хаотических сетках	432
9.5.1. Одномерный случай	432
9.5.2. Многомерный случай	434
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Вычисления полиномов Лежандра	439

ПРИЛОЖЕНИЕ В. Составление систем уравнений для приближенного представления потенциальных полей рядами по сферическим функциям	441
ПРИЛОЖЕНИЕ С. Итерационные методы	443
ПРИЛОЖЕНИЕ D. Модельные примеры к главе IV	446
ПРИЛОЖЕНИЕ E. Решение обратных задач гравиметрии на компьютерах с параллельными процессорами	457
ПРИЛОЖЕНИЕ F. Приближенное вычисление производных высоких порядков	462
ПРИЛОЖЕНИЕ G. Модельные примеры к разд. 8 главы V	466
ПРИЛОЖЕНИЕ H. Модельные примеры к главе VII	472
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	476
Список литературы	477