

А. В. Бицадзе, Д. Ф. Калиниченко

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО УРАВНЕНИЯМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебное пособие

$$450. \quad u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{2a} \int_0^{t-x/a} \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(z, \tau) dz d\tau, & x > 0, \quad t < \frac{x}{a}, \\ \frac{1}{2a} \int_0^{t-x/a} \left[ \int_0^{a(t-\tau)-x} + \int_0^{x+a(t-\tau)} \right] f(z, \tau) dz d\tau + \\ \quad + \frac{1}{2a} \int_{t-x/a}^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(z, \tau) dz d\tau, & x > 0, \quad t > \frac{x}{a} \end{cases}$$

АльянС

А. В. Бицадзе, Д. Ф. Калиниченко

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО УРАВНЕНИЯМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Издание второе, дополненное

*Допущено Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебного пособия  
для студентов механико-математических и  
физических специальностей вузов*

Стереотипное издание

МОСКВА  
Альянс  
2017

УДК 517 (075.8)  
ББК 22.16 я 763  
Б66

**Бицадзе А. В., Калининченко Д. Ф.**

Сборник задач по уравнениям математической физики. – 2-е изд. доп. – М.: Альянс, 2017. – 312 с.

ISBN 978-5-00106-088-8

Сборник содержит свыше 1000 задач по курсу уравнений в частных производных, читаемому в высших учебных заведениях студентам физико-математического и инженерно-физического профилей (с повышенной программой математического образования). Материал в книге расположен по традиционным разделам этого курса - уравнениям эллиптического, гиперболического и параболического типов. Особое внимание уделено методам, наиболее часто применяемым на практике при построении решений указанных уравнений (методу Фурье, методу интегральных преобразований, методу конечных разностей, вариационным методам и т. д.).

Для студентов механико-математических и физических специальностей вузов.

Рецензент - кафедра высшей математики Московского энергетического института (заведующий кафедрой - член-корреспондент АН СССР С. И. Похожаев)

УДК 517 (075.8)  
ББК 22.16 я 763  
Б66

*Учебное пособие*

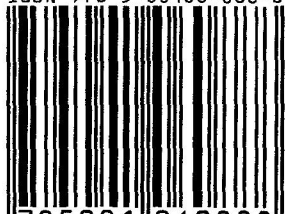
**Андрей Васильевич Бицадзе  
Дмитрий Федорович Калининченко**

**СБОРНИК ЗАДАЧ ПО УРАВНЕНИЯМ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Подписано в печать 20.01.2017 г. Формат 60х90/16.  
Печать офсетная. Тираж 30 экз. Заказ № 112833

ООО «Издательство Альянс»  
125319, Москва, ул. Планетная, д. 47-3  
Тел./факс (499) 155-71-95 (многоканальный)  
izdat@aliansbooks.ru www.aliansbooks.ru

ISBN 978-5-00106-088-8



9 785001 060888 >

ISBN 978-5-00106-088-8

Отпечатано: ЦАО «Т 8 Издательские Технологии»  
109316 Москва, Волгоградский проспект, дом 42, корпус 5  
Тел.: 8 495 221-89-80

© Бицадзе А. В., Калининченко Д. Ф., 1985  
© Оформление. Издательство Альянс, 2017

## Оглавление

|  |            |
|--|------------|
| Предисловие . . . . .  | 4          |
| <b>Глава I. Вводные понятия. Классификация уравнений и систем уравнений с частными производными. Приведение к каноническому виду уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Вывод некоторых уравнений математической физики . . . . .</b> | <b>5</b>   |
| § 1. Дифференциальное уравнение с частными производными и его решения. Системы уравнений с частными производными . . . . .   | 5          |
| § 2. Классификация уравнений и систем уравнений с частными производными . . . . .  | 7          |
| § 3. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными . . . . .   | 12         |
| § 4. Математическое описание некоторых явлений, изучаемых методами математической физики . . . . .   | 16         |
| <b>Глава II. Уравнения эллиптического типа . . . . .</b>   | <b>29</b>  |
| § 1. Основные свойства гармонических функций . . . . .   | 29         |
| § 2. Простейшие задачи для уравнений Лапласа и Пуассона . . . . .  | 35         |
| § 3. Некоторые задачи для гармонических функций . . . . .  | 40         |
| § 4. Потенциалы . . . . .  | 45         |
| § 5. Некоторые другие классы эллиптических уравнений . . . . .   | 50         |
| § 6. Структурные свойства решений эллиптических уравнений . . . . .  | 54         |
| <b>Глава III. Уравнения гиперболического типа . . . . .</b>  | <b>62</b>  |
| § 1. Волновое уравнение . . . . .  | 62         |
| § 2. Задачи, корректно поставленные для уравнений гиперболического типа . . . . .  | 72         |
| § 3. Некоторые другие классы гиперболических уравнений. Задача Коши для уравнения Лапласа . . . . .  | 77         |
| § 4. Характер гладкости решений уравнений гиперболического типа и некоторые некорректно поставленные для них задачи . . . . .  | 84         |
| <b>Глава IV. Уравнения параболического типа . . . . .</b>  | <b>88</b>  |
| § 1. Уравнение теплопроводности . . . . .  | 88         |
| § 2. Некоторые другие примеры параболических уравнений . . . . .   | 93         |
| <b>Глава V. Методы, наиболее часто применяемые при решении задач для уравнений с частными производными . . . . .</b>   | <b>96</b>  |
| § 1. Метод разделения переменных (метод Фурье) . . . . .   | 96         |
| § 2. Специальные функции. Асимптотические разложения . . . . .   | 109        |
| § 3. Метод интегральных преобразований . . . . .   | 125        |
| § 4. Метод конечных разностей . . . . .  | 130        |
| § 5. Вариационные методы . . . . .   | 135        |
| <b>Ответы, указания, решения . . . . .</b>   | <b>136</b> |
| <b>Приложения . . . . .</b>  | <b>298</b> |