

М. Б. Гавриков

**ДВУХЖИДКОСТНАЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ
ГИДРОДИНАМИКА**



URSS

Федеральное государственное учреждение
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша
Российской академии наук»

М. Б. Гавриков

**ДВУХЖИДКОСТНАЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ
ГИДРОДИНАМИКА**



URSS

МОСКВА



*Настоящее издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 18-11-00023), не подлежит продаже*

Гавриков Михаил Борисович

Двухжидкостная электромагнитная гидродинамика. — М.: КРАСАНД, 2018. — 584 с.

В монографии впервые в мировой литературе систематически изложена теория электромагнитной гидродинамики (ЭМГД) и ее приложения к расчету ряда установок и анализу природных явлений. Электромагнитная гидродинамика является теоретической основой исследования двухжидкостных эффектов в ионизованном газе, образующем квазинейтральную плазму. В отличие от известных магнитогидродинамических (МГД) моделей (классическая и холловская МГД, двухтемпературная и несжимаемая МГД, гибридная МГД и пр.), электромагнитная гидродинамика в полном объеме в гидродинамическом приближении учитывает электрон-ионную структуру плазмы, в том числе инерцию электронов и ионов и их взаимодействие. ЭМГД включает в себя в качестве предельного случая магнитогидродинамическое описание плазмы и приводит к существенному уточнению известных результатов МГД-теории. В то же время ЭМГД-теория позволяет получить принципиально недостижимые в МГД результаты и вводит в научную практику новые уравнения и постановки задач, представляющие значительный интерес для математики и механики сплошных сред. Читателю предлагается работоспособная теоретическая конструкция значительно более высокого уровня сложности, чем традиционная МГД, позволяющая исследовать тонкие эффекты динамики ионизованного газа и открывающая широкое поле деятельности для исследователей.

В рамках ЭМГД-теории в монографии рассмотрены как традиционные разделы плазмодинамики — акустика однородной плазмы, течения в плоских каналах и круглой трубе, возбуждение плазмы токами, ускорение плазмы в каналах, нелинейные бегущие волны, так и более сложные вопросы — расчет равновесных конфигураций плазмы в магнитных ловушках, нелинейное поглощение альфеновских волн диссипативной плазмой, разрывные и автомодельные решения ЭМГД-уравнений.

Книга представляет интерес для специалистов по математической физике и плазмодинамике. Она доступна студентам старших курсов, аспирантам, научным работникам и преподавателям, занимающихся математическим моделированием и расчетами процессов в сплошных средах.

Издательство «КРАСАНД». 117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.
Формат 70×100/16. Тираж 300 экз. Уч.-изд. л. 46. Зак. № 133684

Отпечатано в АО «Т 8 Издательские Технологии».
109316, Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.

ISBN 978-5-396-00886-1

© КРАСАНД, 2018

23627 ID 241371



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Предисловие	7
Введение	9
1. Общие положения	9
2. О чем эта книга	9
3. Что такое плазма	10
4. Классическая МГД-теория	11
5. ЭМГД-теория.	13
6. Общий взгляд на содержание книги.	19
7. Краткое содержание параграфов	20
8. Рекомендации читателю.	34
Глава 1. Электродинамика Максвелла	35
1.1. Уравнения электродинамики Максвелла	35
1.2. Интегральные законы электродинамики	38
1.3. Движение заряженной частицы в электромагнитном поле	41
Глава 2. Классическая МГД	47
2.1. Уравнения идеальной классической МГД.	48
2.2. Гиперболичность системы уравнений классической МГД.	49
2.3. «Вмороженность» силовых линий магнитного поля в движущуюся плазму	56
2.4. Акустика однородной МГД.	60
2.5. Однородные деформации в классической МГД.	63
2.6. Равновесные конфигурации и уравнение Грэда—Шафранова	65
2.7. Альфвеновские волны в МГД.	67
2.8. Уравнения классической МГД с учетом диссипаций	67
2.9. Течение Гартмана	69
Глава 3. Вывод уравнений электромагнитной гидродинамики плазмы	71
3.1. Исходные уравнения	71
3.2. Вывод ЭМГД-уравнений	74
3.3. Замечания и комментарии	77
Глава 4. Предел классической МГД	81
4.1. Термодинамика классической МГД.	81
4.2. МГД-предел	85
4.3. Замечания и комментарии	90
Глава 5. Общие свойства ЭМГД-плазмы	94
5.1. Закон сохранения полной энергии в ЭМГД.	94
5.2. Анизотропия пространства, заполненного ЭМГД-плазмой	97
5.3. Эллиптические системы и уравнения	105
5.4. Вырожденная эллиптичность обобщенного закона Ома	109
5.5. Добавление: круги (диаграммы) Мора	111

Глава 6. Уравнения электромагнитной гидродинамики с учетом диссипаций	114
Глава 7. Несжимаемая ЭМГД	117
7.1. Общие уравнения несжимаемой ЭМГД.	117
7.2. Уравнения несжимаемой ЭМГД с учетом диссипаций и тока смещения	121
7.3. Сравнение различных моделей несжимаемой плазмы	123
7.4. Замечания и дополнения	131
Глава 8. Другие гидродинамические модели плазмы	144
8.1. Холловская МГД.	145
8.2. Электронная магнитная гидродинамика (ЭМГ).	148
8.3. Гибридная ЭМГД.	152
8.4. Замечания и дополнения	159
Глава 9. Уравнения электромагнитной гидродинамики с учетом разделения зарядов	173
9.1. Уравнения электромагнитной гидродинамики	174
9.2. Уравнения релятивистской электромагнитной гидродинамики (РЭМГД).	180
Глава 10. Линейные волны в ЭМГД	184
10.1. Акустическое приближение	184
10.2. Акустическое приближение в ЭМГД.	189
10.3. Акустика бездиссипативной плазмы в ЭМГД.	195
10.4. Сравнение ЭМГД-акустики с акустическими приближениями в других моделях плазмы	216
Глава 11. Установившиеся течения ЭМГД-плазмы в плоском канале	221
11.1. Уравнения стационарного решения	223
11.2. Комплексификация и решение уравнений стационарных течений	226
11.3. Качественное поведение установившегося течения и определяющие параметры	232
11.4. Запирание плазмы в канале и гидродинамический «эффект Холла»	236
11.5. Случай подвижных и замагниченных стенок канала (течение Куэтта)	241
11.6. Вычисление толщины погранслоя	246
11.7. Нахождение температуры плазмы в канале	248
11.8. Обсуждение результатов	252
Глава 12. Одномерные установившиеся течения несжимаемой ЭМГД-плазмы в круглой трубе и цилиндрическом слое	255
12.1. Постановка задачи о течении плазмы в круглой цилиндрической трубе	256

12.2.	Решение задачи об установившемся течении ЭМГД-плазмы в круглой цилиндрической трубе	258
12.3.	Качественное поведение эпюры продольной скорости установившегося течения	264
12.4.	Некоторые физические характеристики течения плазмы в трубе	267
12.5.	Установившееся течение плазмы между двумя соосными цилиндрами	272
12.6.	Заключительные замечания	280
Глава 13.	Вынужденные колебания плазмы в круглой трубе	282
13.1.	Основные уравнения	283
13.2.	МГД-предел	286
13.3.	Вынужденные колебания в ЭМГД-теории (случай однократных корней)	288
13.4.	Анализ корней характеристического уравнения	293
13.5.	Гидродинамический скин-эффект	301
13.6.	Вынужденные колебания в ЭМГД (случай кратных корней)	307
13.7.	Дополнения и замечания	315
Глава 14.	Однородные деформации плазмы в ЭМГД	317
14.1.	Некоторые однородные деформации в ЭМГД.	317
14.2.	Простая модель плазменного шнура	325
14.3.	Общие однородные деформации в ЭМГД.	332
14.4.	Дополнения и замечания	342
Глава 15.	Бегущие волны в ЭМГД и ускорение плазмы в плазменных ускорителях	349
15.1.	Уравнения нелинейных бегущих волн в ЭМГД.	350
15.2.	Линейно поляризованные волны в плазме с нулевым продольным магнитным полем	354
15.3.	Граничная задача для уединенных линейно поляризованных бегущих волн	357
15.4.	Взаимодействие уединенных линейно поляризованных волн	361
15.5.	Ускорение ЭМГД-плазмы в плоском канале	370
15.6.	Ускорение ЭМГД-плазмы в плоском канале с учетом температуры	380
15.7.	Бегущие волны по массе	389
Глава 16.	Бегущие волны с нулевым поперечным электрическим полем	393
16.1.	Первые интегралы уравнений бегущих волн	394
16.2.	Случай нулевого поперечного электрического поля	396
16.3.	Синусоидальная волна	405
16.4.	Уединенные волны	408
16.5.	Условно-периодические бегущие волны	410
16.6.	Нелинейные бегущие волны в общем случае	417

Глава 17. Равновесные конфигурации в плазме	428
17.1. Общие уравнения равновесия	430
17.2. Равновесия в цилиндрически симметричном случае и в случае плоской симметрии	436
17.3. Равновесие в аксиально симметричном случае: θ -пинч . .	437
17.4. Равновесие в аксиально симметричном случае	443
17.5. МГД-предел	455
17.6. Равновесные конфигурации в случае винтовой симметрии	458
17.7. Некоторые результаты расчетов	467
Глава 18. Разрывные течения в ЭМГД	472
18.1. Пример разрывного течения в ЭМГД.	474
18.2. Интегральные законы и обобщенные решения в ЭМГД. . .	477
18.3. Соотношения на разрыве	484
18.4. Уравнение ударной адиабаты	492
18.5. Разрешение соотношений на разрыве	497
18.6. Случай двухчленных уравнений состояния электронов и ионов и изотермической плазмы	500
18.7. Условие устойчивости разрыва	503
Глава 19. Автомодельные решения в ЭМГД-теории	508
19.1. Автомодельные решения в случае цилиндрической сим- метрии	509
19.2. Автомодельные решения в случае плоской симметрии . .	517
19.3. Уравнение автомодельных решений в случае z-пинча . . .	520
Глава 20. Затухание альфвеновских волн в ЭМГД	523
20.1. ЭМГД-уравнения с учетом диссипаций	525
20.2. Альфвеновские волны в ЭМГД.	527
20.3. Временное затухание альфвеновских волн	530
20.4. Временное поглощение альфвеновской волны при $t \rightarrow +\infty$	535
20.5. Пространственное поглощение альфвеновских волн	544
20.6. Задача об аномальном разогреве солнечной короны	552
20.7. Дополнения и замечания	558
Приложение	564
Литература	572
Предметный указатель	582