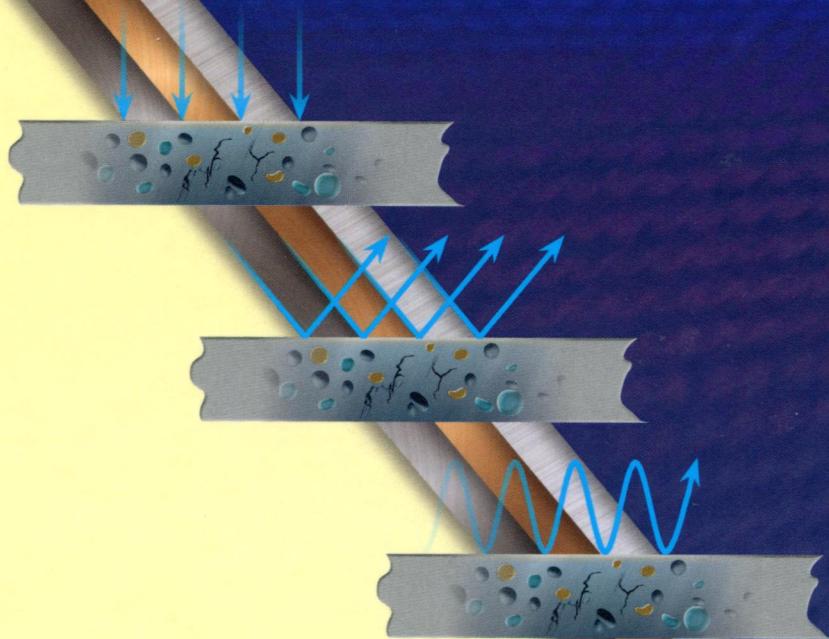


А.О. Ватульян

# КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ



**А.О. Ватульян**

**КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ  
ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ  
МЕХАНИКИ**



**МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2019**

УДК 539.3; 517.95

ББК 22.25; 22.51

В 21

Ватулян А.О. **Коэффициентные обратные задачи механики.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019. — 272 с. — ISBN 978-5-9221-1826-2.

В монографии рассмотрены различные подходы к исследованию обратных коэффициентных задач, в которых по некоторой дополнительной информации о решении (смещения, температура, резонансные частоты) определяются коэффициенты дифференциальных операторов, характеристики внутренних дефектов (полостей, включений, трещин). Излагаются постановки задач, основы общих подходов в теории обратных и некорректных задач, особенности реализации при решении конкретных задач теории упругости, вязкоупругости, электроупругости, термоупругости, диагностики предварительного состояния для стержней, пластин, цилиндров, слоистых структур. Представлены способы исследования конечномерных обратных задач, схемы построения операторных уравнений с компактными операторами в итерационных процессах по определению функций, приведены результаты вычислительных экспериментов.

Книга адресована научным и инженерно-техническим работникам, студентам старших курсов и аспирантам, специализирующимся в области механики, математического моделирования, прикладной математики, численных методов, экспериментальной механики.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
<b>Глава 1. Математические модели. Корректные и некорректные задачи.</b> . . . . .	7
1.1. Математические модели в технике и естествознании и их некоторые особенности . . . . .	7
1.2. Некоторые общие аспекты теории идентификации. Прямая и обратная задачи . . . . .	11
1.3. Структурная и параметрическая идентификация. Коэффициентные обратные задачи . . . . .	14
1.4. Корректные и некорректные задачи. Корректность по Адамару. Корректность по А. Н. Тихонову (условная корректность) и $l$ -корректность. . . . .	19
1.4.1. Корректность по Адамару . . . . .	19
1.4.2. Корректность по А. Н. Тихонову (условная корректность) и $l$ -корректность . . . . .	27
1.5. Основные причины и характеристики некорректности . . . . .	29
1.6. Способы преодоления некорректности. Регуляризация . . . . .	31
1.6.1. Метод квазирешений . . . . .	33
1.6.2. Метод регуляризации А. Н. Тихонова . . . . .	34
1.6.3. Метод регуляризации на компактных множествах . . . . .	36
1.6.4. Метод итерационной регуляризации . . . . .	37
1.6.5. Метод усеченных сингулярных разложений . . . . .	39
1.6.6. Проекционный метод . . . . .	41
1.7. Регуляризованные методы вычисления значений неограниченных операторов. Численное дифференцирование . . . . .	43
1.8. Построение обратных к вполне непрерывным операторам на примере уравнения Фредгольма 1-го рода . . . . .	48
Список литературы к гл. 1 . . . . .	52
<b>Глава 2. Конечномерные ОЗ. Определение постоянных параметров в краевых задачах (коэффициентов дифференциальных операторов, параметров дефектов, граничных условий).</b> . . . . .	54
Введение к гл. 2 . . . . .	54
2.1. Метод Прони . . . . .	57
2.2. Метод квазилинейаризации . . . . .	62
2.3. Методы решения конечномерных обратных задач на основе генетических алгоритмов . . . . .	67
2.4. Об определении параметров упругих потенциалов . . . . .	73
2.5. Идентификация полимерных материалов на основе дифференциальной формы определяющих соотношений. . . . .	80

2.6. Определение коэффициента температуропроводности . . . . .	85
2.7. Конечномерные ОЗ для стержней. Идентификация полости в упругом стержне при анализе поперечных колебаний. . . . .	89
2.8. Конечномерные ОЗ для стержней. Определение локализованной зоны деструкции в упругой балке. . . . .	97
2.9. Конечномерные ОЗ для стержней. Идентификация тонкого надреза при изгибных колебаниях балки. . . . .	106
2.10. Конечномерные ОЗ для стержней. Определение параметров дефекта в балке для модели Тимошенко . . . . .	115
2.11. Определение параметров упругого закрепления неоднородной балки	121
2.12. Оценка деформативности неоднородной пластины в случае упругого опищения . . . . .	127
2.13. Об определении остаточного упруго-пластического состояния трубы	134
Список литературы к гл. 2 . . . . .	138
<b>Глава 3. Общие принципы исследования коэффициентных ОЗ с переменными характеристиками. Решение линейных КОЗ . . . . .</b>	142
3.1. Коэффициентные обратные задачи для линейных операторов. Обобщенное соотношение взаимности. Типы коэффициентных обратных задач, их особенности, первая и вторая постановки . . . . .	142
3.2. Слабая и вариационная постановки ОЗ . . . . .	149
3.2.1. Слабая постановка ОЗ . . . . .	149
3.2.2. Вариационная постановка ОЗ . . . . .	153
3.3. Решение задач в первой постановке. Коэффициентные ОЗ при изучении продольных и поперечных колебаний упругого стержня (КОЗ для дифференциальных операторов второго и четвертого порядка)	155
3.3.1. Задача для уравнения 2-го порядка . . . . .	156
3.3.2. Задача для уравнения 4-го порядка . . . . .	162
3.4. Обратная задача о колебаниях неоднородной пластины . . . . .	168
3.4.1. Прямая задача . . . . .	168
3.4.2. ОЗ для упругой пластины переменной жесткости . . . . .	172
3.4.3. Результаты вычислительных экспериментов . . . . .	173
3.5. Коэффициентная ОЗ для уравнения в частных производных в первой постановке . . . . .	176
3.5.1. Прямая задача . . . . .	176
3.5.2. Обратная задача . . . . .	177
3.5.3. Реконструкция модуля сдвига на основе анализа крутильных колебаний стержня . . . . .	178
3.6. Коэффициентные ОЗ для уравнений теории упругости (плоский случай в первой постановке) . . . . .	179
Список литературы к гл. 3 . . . . .	189
<b>Глава 4. Коэффициентные обратные задачи во второй постановке</b>	192
4.1. Обратные задачи при исследовании продольных и изгибных колебаний неоднородного упругого стержня . . . . .	192
4.1.1. Исследование обратных задач при продольных колебаниях стержня . . . . .	193
4.1.2. Исследование обратных задач при изгибных колебаниях стержня . . . . .	197

---

4.2. КОЗ при исследовании колебаний неоднородного упругого стержня.	199
Восстановление модуля Юнга, модуля сдвига, плотности . . . . .	199
4.3. Идентификация неоднородных свойств вязкоупругого стержня при изгибных колебаниях . . . . .	205
4.4. Идентификация неоднородных свойств ортотропного упругого слоя	212
4.5. Обратные задачи термоупругости. Задачи для термоупругого стержня . . . . .	221
4.6. Об идентификации неоднородного предварительного напряженного состояния в термоупругих телах . . . . .	229
4.7. О реконструкции неоднородных свойств пьезоэлектрических тел . .	237
4.7.1. Слабая постановка задач о колебаниях неоднородных электроупругих тел . . . . .	238
4.7.2. Постановка и решение прямой задачи для стержня . . . . .	239
4.7.3. Обратная задача для стержня . . . . .	241
4.7.4. Численные результаты . . . . .	242
4.8. Об определении свойств многослойных биологических тканей . . .	244
4.9. Постановка задач о колебаниях предварительно напряженных тел.	
Обратная задача для стержня . . . . .	251
4.10. Об определении предварительного напряженного состояния в трубе	257
4.11. О КОЗ пороупругости . . . . .	260
4.11.1. Общая постановка задачи для модели пороупругой среды	260
4.11.2. Обобщенное соотношение взаимности . . . . .	261
4.11.3. Задача о колебаниях неоднородного пороупругого слоя . .	262
4.11.4. Идентификация свойств неоднородного пороупругого слоя	264
Список литературы к гл. 4 . . . . .	267