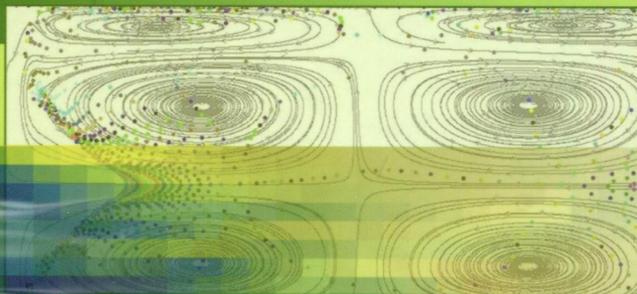


Д.А. Губайдуллин, П.П. Осипов



# АЭРОГИДРОДИНАМИКА ДИСПЕРСНОЙ ЧАСТИЦЫ



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КАЗАНСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР»  
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

---

**Д.А. Губайдуллин  
П.П. Осипов**

# **АЭРОГИДРОДИНАМИКА ДИСПЕРСНОЙ ЧАСТИЦЫ**



**МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2020**

УДК 532  
ББК 22.253  
Г 93



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 20-11-00004, не подлежит продаже

Губайдуллин Д. А., Осипов П. П. **Аэрогидродинамика дисперсной частицы.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. — 176 с. — ISBN 978-5-9221-1883-5.

Монография посвящена моделированию аэрогидродинамики дисперсной частицы в несущей среде. Приведены уравнения, описывающие динамику частицы в потоках и волновых полях при различных режимах, определяющих доминирование тех или иных гидродинамических сил. С помощью метода Ван дер Поля выведены системы дифференциальных уравнений, описывающих усредненные по периоду поля положение и скорость частицы. Для локально-равновесной скорости дрейфа частицы и ее ускорения дрейфа получен ряд новых формул.

Монография предназначена научным работникам, инженерам, преподавателям, аспирантам и студентам университетов и технических вузов по специальности «Гидродинамика многофазных сред».

Рецензенты:

профессор, д.ф.-м.н. *Д.В. Маклаков*,  
профессор, д.ф.-м.н. *М.Г. Храмченков*,  
профессор, д.ф.-м.н. *С.Ф. Урманчеев*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> . . . . .	5
<b>Введение</b> . . . . .	8
<b>Глава 1. Динамика частицы при малых числах Рейнольдса</b> . . . . .	25
1.1. Разгон и торможение частицы в однородном потоке $v_1(x, t) = U_0$ . . . . .	27
1.2. Динамика осаждения и всплытия частицы под действием сил Стокса, тяжести и Архимеда . . . . .	32
1.3. Колебания частицы под действием силы Стокса в однородном синусоидальном поле . . . . .	36
1.4. Численное изучение дрейфа частицы в стоячей волне . . . . .	39
1.5. Методы осреднения нелинейных колебательных систем . . . . .	42
1.6. Аналитическое изучение дрейфа частицы в стоячей волне . . . . .	46
1.7. Левитация частицы в вертикальной стоячей волне . . . . .	53
1.8. Динамика частицы под действием силы Стокса в бегущей волне . . . . .	57
1.9. Динамика частицы в линейно-неоднородном потоке . . . . .	62
1.10. Динамика частицы в линейно-неоднородном волновом поле . . . . .	63
1.11. Динамика частицы с учетом броуновского движения . . . . .	66
<b>Глава 2. Динамика несжимаемой частицы с учетом сил Стокса, Архимеда, сил присоединенных масс и гравитации</b> . . . . .	67
2.1. Чисто инерционный режим обтекания . . . . .	68
2.2. Дрейф частицы в стоячей волне без учета сжимаемости и поверхностного натяжения . . . . .	72
2.3. Сепарация частиц в стоячей синусоидальной волне . . . . .	82
<b>Глава 3. Динамика сжимаемой частицы с учетом сил Стокса, Архимеда, сил присоединенных масс и сил поверхностного натяжения</b> . . . . .	93
3.1. Колебания частицы в однородном синусоидальном поле . . . . .	95
3.2. Дрейф частицы в синусоидальной стоячей волне . . . . .	96
3.3. Динамика пульсирующей сферы в однородном периодическом поле . . . . .	104
<b>Глава 4. Динамика частицы с учетом силы Бассэ</b> . . . . .	108
4.1. Разгон сферической частицы в вязкой несжимаемой среде . . . . .	109
4.2. Динамика частицы при больших числах Струхала . . . . .	115
4.3. Передаточная функция и импеданс . . . . .	116
4.4. Скорость и точность выхода силы Бассэ на периодический режим . . . . .	117
<b>Глава 5. Динамика частицы при больших числах Рейнольдса</b> . . . . .	119
5.1. Разгон частицы в однородном потоке . . . . .	119
5.2. Торможение частицы . . . . .	120

5.3. Гравитационное осаждение частицы . . . . .	121
5.4. Общее уравнения динамики частицы без учета силы Бассэ–Буссинеска . . . . .	122
5.5. Зависимость скорости дрейфа частицы в резонансных режимах от чисел Рейнольдса, Маха и от коэффициента увлечения . . . . .	123
<b>Глава 6. Динамика монодисперсной газозвеси . . . . .</b>	<b>128</b>
6.1. Законы сохранения массы и импульса дисперсной и несущей фаз . . . . .	128
6.2. Линейная акустика газозвеси . . . . .	129
6.3. Расщепление уравнений линейной акустики на акустику несущей среды и динамику одиночной частицы . . . . .	130
6.4. Релаксационное волновое уравнение акустики газозвеси . . . . .	131
6.5. Бегущая гармоническая волна в полупространстве . . . . .	132
6.6. Акустика газозвеси в закрытом резонаторе . . . . .	135
<b>Глава 7. Динамика распределения частиц аэрозоля в резонаторах сложной формы . . . . .</b>	<b>137</b>
7.1. Собственный дрейф и перенос частицы акустическим течением . . . . .	137
7.2. Фокусировка частиц в гиперболическом резонаторе . . . . .	138
7.3. Обобщенные координаты и расчетная область . . . . .	141
7.4. Численные аспекты расчета динамики частиц . . . . .	144
7.5. Расчет распределения частиц в гиперболическом резонаторе . . . . .	148
<b>Приложение . . . . .</b>	<b>152</b>
П.1. Средние по периоду значения тригонометрических функций . . . . .	152
П.1.1. Интегралы вида $I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^m \varphi \sin^n \varphi d\varphi$ . . . . .	152
П.1.2. Интегралы вида $I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$ . . . . .	153
П.1.3. Средние значения от произведения отрезков рядов Фурье . . . . .	154
П.2. Модели волн . . . . .	155
П.2.1. Стоячая синусоидальная волна . . . . .	155
П.2.2. Бегущая синусоидальная волна . . . . .	155
П.2.3. Модель периодической ударной волны в резонаторе . . . . .	156
П.3. Волны в одномерном резонаторе . . . . .	156
П.3.1. Линейная акустика без учета вязкости . . . . .	157
П.3.2. Нелинейная акустика . . . . .	159
П.4. Колебания вязкого политропного газа в прямоугольном закрытом резонаторе . . . . .	161
<b>Обозначения . . . . .</b>	<b>163</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>166</b>
<b>Сведения об авторах . . . . .</b>	<b>171</b>