

Б А К А Л А В Р И А Т

А.П. Гловацкая

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

У Ч Е Б Н О Е П О С О Б И Е



Электронно-
Библиотечная
Система
znanium.com

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ – БАКАЛАВРИАТ

серия основана в 1996 г.



А.П. ГЛОВАЦКАЯ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Рекомендовано Межрегиональным учебно-методическим советом профессионального образования в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по математическим и естественно-научным направлениям подготовки (квалификация (степень) «бакалавр») (протокол № 8 от 22.06.2020)

Электронно-
Библиотечная
znaniyum.com

Москва
ИНФРА-М
2021

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19я73

Г54

Автор:

Гловацкая А.П., доцент, доцент кафедры «Информатика» Московского технического университета связи и информатики

Рецензенты:

В.П. Карулин, доктор технических наук, профессор Государственного научно-методического центра (г. Москва);

Ю.Н. Артамонов, кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные технологии в управлении» Университета «Дубна»

Гловацкая А.П.

Г54 Вычислительные модели : учебное пособие / А.П. Гловацкая. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 395 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1013723.

ISBN 978-5-16-014981-3 (print)

ISBN 978-5-16-107476-3 (online)

В учебном пособии рассмотрены основы классических численных методов вычислительной математики, используемых для решения линейных и нелинейных уравнений и систем; интерполяции и аппроксимации функций; численного интегрирования и дифференцирования; решения обыкновенных дифференциальных уравнений методами одномерной и многомерной оптимизации.

Соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования последнего поколения.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по дисциплине «Численные методы».

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19я73

ISBN 978-5-16-014981-3 (print)

ISBN 978-5-16-107476-3 (online)

© Гловацкая А.П., 2021

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Элементы теории погрешностей.....	6
1.1. Точные и приближенные числа. Погрешность.....	6
1.2. Вычислительная погрешность.....	7
1.3. Округление чисел.....	9
1.4. Погрешности действий.....	12
1.5. Прямая задача теории погрешностей.....	14
1.6. Обратная задача теории погрешностей.....	15
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>17</i>
Глава 2. Системы линейных уравнений.....	19
2.1. Метод Гаусса.....	20
2.2. Метод Гаусса — Жордана.....	26
2.3. Методы итерации.....	30
2.4. Метод Зейделя.....	33
2.5. Преимущества и недостатки итерационных методов.....	34
2.6. Метод прогонки.....	35
2.7. Собственные значения и собственные векторы.....	37
2.8. Метод итерации.....	39
2.9. Модификация метода итерации.....	42
2.10. Метод Лавррье — Фаддеева.....	44
2.11. Метод Данилевского.....	48
2.12. Метод Якоби.....	51
2.13. QR-метод.....	53
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>55</i>
Глава 3. Нелинейные уравнения	57
3.1. Общие понятия и определения.....	57
3.2. Метод половинного деления.....	60
3.3. Метод итерации.....	61
3.4. Усовершенствованный метод итерации.....	66
3.5. Метод Ньютона — Рафсона.....	67
3.6. Метод хорд.....	69
3.7. Сравнение методов решения нелинейных уравнений.....	72
3.8. Методы решения нелинейных алгебраических уравнений.....	73
3.9. Определение комплексных корней алгебраических уравнений.....	74
3.10. Метод парабол.....	78
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>80</i>
Глава 4. Аппроксимация функций.....	82
4.1. Постановка задачи интерполяции.....	82
4.2. Локальная и глобальная интерполяция.....	84
4.3. Интерполяционный полином Лагранжа.....	87
4.4. Обратная интерполяция.....	92

4.5. Интерполяционные формулы Ньютона	93
4.6. Сравнение методов Лагранжа и Ньютона	100
4.7. Интерполяционная формула Ньютона для функции с переменным шагом аргумента	101
4.8. Интерполяционный сплайн	102
4.9. Тригонометрическая интерполяция	109
4.10. Задача аппроксимации	115
4.11. Метод наименьших квадратов	116
4.12. Метод средних	122
4.13. Логарифмическая аппроксимация	124
4.14. Экспоненциальная аппроксимация	125
4.15. Степенная аппроксимация	125
4.16. Ортогональные функции. Ряд Фурье	132
4.17. Ряд Фурье для периодической функции	135
4.18. Ряд Фурье для произвольного периода	136
4.19. Интеграл Фурье	137
4.20. Комплексная форма записи ряда Фурье	138
4.21. Интеграл Фурье в комплексной форме	139
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	145

Глава 5. Численные методы интегрирования..... 148

5.1. Постановка задачи численного интегрирования	148
5.2. Методы Ньютона — Котеса	149
5.2.1. Формулы прямоугольников	149
5.2.2. Формула трапеций	153
5.2.3. Формула Симпсона	154
5.2.4. Выбор шага интегрирования	156
5.3. Сплайн-квadrатура	163
5.4. Квадратуры Гаусса	164
5.5. Интегрирование быстро осциллирующих функций	170
5.6. Метод Филона	171
5.7. Интегрирование периодических функций	174
5.8. Несобственные интегралы	176
5.9. Кратные интегралы	180
5.10. Кубатурная формула Коробова	181
5.11. Кубатурная формула Симпсона	182
5.12. Метод Монте-Карло вычисления двойных интегралов	185
5.13. Вычисление неопределенного интеграла	186
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	190

Глава 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения 193

6.1. Постановка задачи численного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения	193
6.2. Методы Рунге — Кутты	194
6.2.1. Метод Рунге — Кутты первого порядка точности (метод Эйлера)	194
6.2.2. Методы прогноза и коррекции второго порядка точности	195
6.2.3. Модифицированный метод Эйлера (метод Рунге — Кутта второго порядка точности)	196
6.2.4. Методы Рунге — Кутта третьего и четвертого порядка точности	197
6.3. Уравнения высших порядков	202

6.4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.....	203
6.5. Дифференциальные уравнения второго порядка.....	206
6.6. Сравнение методов Рунге — Кутты решения обыкновенного дифференциального уравнения.....	214
6.7. Краевые (граничные) задачи.....	215
6.8. Численные методы решения краевой (граничной) задачи.....	216
6.8.1. Метод стрельбы.....	216
6.9. Метод конечных разностей.....	219
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	222

Глава 7. Модели и методы одномерной оптимизации 225

7.1. Классификация задач оптимизации.....	226
7.2. Постановка задачи оптимизации.....	226
7.3. Характеристики алгоритмов оптимизации.....	229
7.4. Сходимость алгоритма.....	230
7.5. Метод прямого перебора.....	231
7.6. Методы последовательного перебора.....	233
7.6.1. Методы исключения интервала неопределенности.....	233
7.6.2. Минимаксная стратегия поиска оптимума.....	234
7.6.3. Метод дихотомии.....	235
7.6.4. Метод золотого сечения.....	238
7.6.5. Метод Фибоначчи.....	243
7.7. Сравнительный анализ методов исключения интервалов.....	247
7.8. Методы точечного оценивания.....	247
7.8.1. Метод квадратичной аппроксимации (метод Пауэлла).....	248
7.9. Методы одномерного поиска с использованием производных.....	250
7.9.1. Метод касательных.....	250
7.9.2. Метод Ньютона.....	252
7.9.3. Метод квадратичной интерполяции.....	253
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	256

Глава 8. Оптимизация функции нескольких переменных 258

8.1. Основные понятия и определения.....	258
8.2. Поисковые методы оптимизации.....	263
8.2.1. Методы прямого поиска.....	264
8.2.2. Метод покоординатного поиска.....	264
8.2.3. Метод конфигураций.....	264
8.2.4. Метод Гаусса — Зейделя.....	269
8.3. Метод Хука — Дживса.....	272
8.4. Градиентные методы оптимизации.....	276
8.4.1. Метод градиентного поиска с дроблением шага (GR).....	278
8.4.2. Метод наискорейшего спуска (NS) (метод Коши).....	281
8.4.3. Аналитический метод наискорейшего спуска (NSA).....	282
8.4.4. Численный метод наискорейшего спуска (NSD).....	286
8.5. Метод сопряженных направлений.....	290
8.6. Метод Флетчера — Ривза.....	292
8.7. Метод Ньютона.....	296
8.8. Метод Давидона — Флетчера — Пауэлла (ДФП).....	298
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	299

Глава 9. Линейное программирование	302
9.1. Постановка задачи линейного программирования.....	302
9.2. Геометрическая иллюстрация задачи линейного программирования с ограничениями-неравенствами	304
9.3. Симплексный метод решения задачи линейного программирования	308
9.4. Определение начального базисного решения	313
9.5. Двойственность в линейном программировании	320
9.5.1. Геометрическая иллюстрация двойственных задач.....	321
9.5.2. Симплексный метод решения двойственной задачи	323
9.5.3. Двойственный симплексный метод.....	325
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>332</i>
Глава 10. Математическое программирование	334
10.1. Метод множителей Лагранжа	335
10.1.1. Геометрическая интерпретация метода Лагранжа.....	336
10.2. Выпуклое программирование	340
10.2.1. Геометрическая иллюстрация решения задачи	343
10.3. Квадратичное программирование.....	343
10.3.1. Симплексный метод решения задачи квадратичного программирования.....	345
10.4. Численные методы решения задачи нелинейного программирования	350
10.4.1. Прямые методы.....	350
10.4.2. Методы спуска	351
10.5. Методы преобразования	356
10.5.1. Барьерные функции	356
10.5.2. Достоинства и недостатки методов барьерных функций.....	358
10.5.3. Штрафные функции.....	360
10.6. Сравнение методов	362
10.7. Метод Фиакко — Макормика решения задачи оптимизации с ограничениями.....	367
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>368</i>
Приложения.....	370
Библиографический список	387