

А. К. Лапковский

# РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА, НЕЕВКЛИДОВЫ ПРОСТРАНСТВА И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ

- Развертки в аффинном расслоении и математическая теория неголономной системы отсчета
- Обобщенные лоренцевы преобразования (бусты), неевклидова геометрия и кинематика псевдориманова пространства



URSS

**А. К. Лапковский**

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ  
КИНЕМАТИКА,  
НЕЕВКЛИДОВЫ  
ПРОСТРАНСТВА  
И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ  
ОТОБРАЖЕНИЕ**

Предисловие  
доктора физико-математических наук, профессора  
*Н. В. Мицкевича*

Издание второе



**URSS**

**МОСКВА**

ББК 22.151.4 22.311 22.312 22.313 22.382 22.6

**Лапковский Анатолий Кузьмич**

**Релятивистская кинематика, неевклидовы пространства  
и экспоненциальное отображение / Предисл. Н. В. Мицкевича.**

Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2021. — 264 с.

В книге с единой (групповой) точки зрения изложены основы континуальной релятивистской кинематики, неевклидовой и конформной геометрии. В ней получена и проанализирована полная система кинематических уравнений релятивистского континуума, позволившая вскрыть в самом общем виде природу релятивистского вращения. Дано применение этой системы к описанию локально инерциальных систем отсчета и кинематики движения релятивистской спиновой частицы в двух взаимосвязанных неголономных (и неинерциальных) системах отсчета с принудительным вращением. Построена теория бустовых (плоских) вращений в псевдоевклидовых пространствах, а также вращений, сохраняющих изотропные и полуевклидовы векторные плоскости. Указаны новые способы расширения моделей Вселенной: введением идеальной области неевклидова пространства, заменой сферических слоев многообразия поверхностями из окружностей кривизны и др. Изучены кинематические вопросы перенесений реперов в произвольном псевдоримановом пространстве.

Книга адресована научным работникам и студентам, интересующимся математическими основами теории относительности, групповым аппаратом физики и неевклидовой геометрии.

**Редактор** д-р физ.-мат. наук, проф. *И. В. Белько*

**Рецензенты:** д-р физ.-мат. наук *А. А. Бозуш*; д-р физ.-мат. наук *В. А. Ведерников*;  
д-р физ.-мат. наук *А. С. Феденко*; д-р физ.-мат. наук *Ю. А. Курочкин*;  
канд. физ.-мат. наук *Н. Н. Костюкович*

ООО «ЛЕНАНД». 117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11А, стр. 11.  
Формат 60×90/16. Печ. л. 16,5. Зак. № 166658.

Отпечатано в АО «Т 8 Издательские Технологии».  
109316, Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.

**ISBN 978–5–9710–9021–2**

© Н. В. Мицкевич, предисловие,  
1985, 2021

© ЛЕНАНД, 2021

30981 ID 275625



9 785971 090212

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: <a href="http://URSS.ru">http://URSS.ru</a>
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к первому изданию . . . . .	3
Введение . . . . .	6
Список часто употребляемых обозначений и символов . . . . .	8
Векторные и неевклидовы пространства и их группы преобразований . . . . .	8
Многообразия с аффинной связностью . . . . .	10
Релятивистская кинематика . . . . .	11
Символы и общие соглашения . . . . .	12

### Часть первая

#### Развертки в аффинном расслоении и математическая теория неголономной системы отсчета

##### *Глава 1.* Лифты и развертки локальных путей в аффинном расслоении дифференцируемого многообразия

§ 1. Приближенная теория разверток в аффинном расслоении. Структура компонент параллельно переносимых тензоров . . . . .	13
§ 2. Сравнение горизонтальных путей и разверток в аффинном расслоении при вариации линейной связности . . . . .	20

##### *Глава 2.* Математическая теория неголономной системы отсчета с принудительным вращением

§ 1. Кинематические уравнения релятивистского континуума . . . . .	24
§ 2. Теория развертки в $\mathbb{R}_4$ и кинематический смысл дифференциальных форм релятивистского континуума . . . . .	30
§ 3. Тензор скоростей деформации и тензор спина среды. Малая частица среды . . . . .	39
§ 4. Классификации релятивистских сплошных сред . . . . .	45
§ 5. Относительные инфинитезимальные скорость и ускорение. Характеристика относительного вращения. Возможности экспериментального измерения . . . . .	50
§ 6. Законы распространения вращения, сдвига и расхождения . . . . .	56
§ 7. Сложение движений относительно деформируемых и вращающихся релятивистских систем отсчета . . . . .	59

§ 8. Локально инерциальная система отсчета для индивидуализированной спиновой частицы . . . . .	67
§ 9. Локально инерциальная система отсчета для окрестности точки в пространстве гравитации . . . . .	71

### Часть вторая

#### Обобщенные лоренцевы преобразования (бусты), неевклидова геометрия и кинематика псевдориманова пространства

<i>Глава 1. Бустовые вращения и аффиноры, сохраняющие изотропную <math>q</math>-мерную плоскость. Подмногообразия с параллельным нормальным векторным полем</i>	
§ 1. Экспоненциальное отображение гиперсферы и глобальное параллельное перенесение реперов на ней . . . . .	78
§ 2. Соотношения между различными параметризациями гиперсферы ${}^1Q'_n$ . . . . .	92
§ 3. Стереографическое отображение гиперсферы и конформная параметризация бустов . . . . .	97
§ 4. Бустовое представление полной группы движений гиперсферы ${}^1Q'_n$ и связь бустов с общими вращениями в ${}^1E_{n+1}$ . . . . .	104
§ 5. Изотропные бусты и преобразования, сохраняющие изотропную $q$ -мерную плоскость . . . . .	114
§ 6. Полуканонические формы симметричных аффиноров, имеющих изотропное главное направление . . . . .	126
§ 7. О подмногообразиях с параллельным нормальным векторным полем, погруженных в ${}^1Q'_n$ . . . . .	134

#### *Глава 2. Неевклидовы пространства ${}^1S'_n$ и бусты*

§ 1. Способы задания расширенного неевклидова пространства ${}^1S'_n$ . . . . .	141
§ 2. Расширение открытого мира Фридмана посредством перехода от сферы ${}^1Q_3^{1a}$ к неевклидову пространству ${}^1S_3^{1a}$ . . . . .	150
§ 3. Движения в ${}^1S'_n$ и сверхсветовые вращения . . . . .	152

#### *Глава 3. Полунеевклидовы пространства как предельные для неевклидовых*

§ 1. Предельный переход от неевклидова пространства к полунеевклидову . . . . .	156
§ 2. Экспоненциальное отображение полунеевклидова пространства и бустовое представление его группы движений . . . . .	160

#### *Глава 4. Псевдоконформная геометрия*

§ 1. Расширения стереографического отображения и псевдоконформное пространство ${}^1C_n$ . . . . .	167
§ 2. Примеры псевдоконформного пространства. Топологическая структура . . . . .	173
§ 3. Полярное соответствие и его композиция с расши-	

ренным стереографическим отображением. Пучки гиперсфер . . . . .	177
§ 4. Группа псевдоконформных преобразований и ее бустовая параметризация . . . . .	185
§ 5. Интерпретация группы вращений гиперсферы на плоской модели $\mathbb{S}_n$ . . . . .	195
§ 6. Вырожденное псевдоконформное пространство как абсолют полунеевклидова пространства . . . . .	199
<i>Глава 5. Слоения на гиперповерхностях <math>{}^1E_{n+1}</math> и конформно-плоские римановы пространства</i>	
§ 1. Гиперповерхности с равными главными кривизнами и конформно-плоские гиперповерхности . . . . .	199
§ 2. Основная теорема о локальном изометрическом вложении класса один конформно-плоского риманова пространства . . . . .	201
<i>Глава 6. Квазиэкспоненциальное и квазистереографическое отображения гиперповерхностей в <math>{}^1E_{n+1}</math> и неизотропные космологические метрики</i>	
§ 1. Гиперповерхности, составленные из окружностей кривизны . . . . .	205
§ 2. Нормальная кривизна гиперповерхности с изотропными главными направлениями и гиперповерхности лоренцевой сигнатуры . . . . .	208
§ 3. Неоднородное пространство Лобачевского . . . . .	210
§ 4. Неизотропные космологические метрики . . . . .	212
§ 5. Глобальное экспоненциальное отображение и аппроксимация метрик Вселенной . . . . .	213
<i>Глава 7. Линейчатая дифференциальная геометрия в <math>{}^1S'_n</math> и бусты</i>	
§ 1. Дифференциальная окрестность прямой в ${}^1S'_n$ . . . . .	214
§ 2. Предельный переход к плоскому пространству . . . . .	222
§ 3. Приложение бустовых преобразований к канонизации подвижного репера комплекса прямых . . . . .	223
§ 4. Группа инвариантности $m$ -мерной плоскости в ${}^1S'_n$ и канонизация подвижного репера комплекса плоскостей . . . . .	226
<i>Глава 8. Некоторые геометрические и кинематические задачи в римановом пространстве <math>{}^1\mathcal{U}_{n+1}</math>, решаемые с помощью бустов</i>	
§ 1. Полная кинематическая система уравнений континуума риманова пространства, снабженного реперной структурой . . . . .	230
§ 2. О кинематических аспектах перенесений реперов в римановом пространстве ${}^1\mathcal{U}_{n+1}$ . . . . .	237
Заключение . . . . .	246
Литература . . . . .	249