

Физико·  
Математическое  
Наследие

В. И. ГЛИВЕНКО

# ИНТЕГРАЛ СТИЛТЬЕСА

Проблема, решаемая интегралом Стильеса

Элементарная теория

Применения в теории вероятностей

Применения в теории функций

Общая теория

Применения к характеристическим функциям

Применения в функциональном анализе

Понятие интеграла с точки зрения теории  
функций и общего анализа



Математика

Математический анализ



URSS

Физико-математическое наследие:  
математика (математический анализ)

---

**В. И. Гливенко**

# **ИНТЕГРАЛ СТИЛТЬЕСА**

Издание третье



**URSS**

**МОСКВА**

ББК 22.161 22.1я44 22.1я73

**Гливенко Валерий Иванович**

**Интеграл Стильеса.** Изд. 3-е. — М.: ЛЕНАНД, 2021. — 214 с.

(Физико-математическое наследие: математика (математический анализ).)

В настоящей книге, написанной известным отечественным математиком В. И. Гливенко, изложена теория интегралов типа интеграла Стильеса как в их концепции интегралов функций одного действительного переменного, так и в более поздних обобщениях этой концепции. Особое внимание уделено собственно интегралу Стильеса, применениям которого в различных областях математики — теории вероятностей, теории функций, функциональном анализе — посвящены отдельные главы книги.

Книга предназначена математикам — научным работникам, преподавателям, аспирантам и студентам старших курсов. Она будет полезна также механикам и физикам-теоретикам, желающим ознакомиться с общими концепциями интеграла.

Формат 60х90/16. Печ. л. 13,375.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 11А, стр. 11.

**ISBN 978-5-9710-9035-9**

© ЛЕНАНД, оформление, 2021

**978-5-9519-2212-0**

**(твёрдый переплет)**

|   |   |
|---|---|
| НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА  |   |
|  | E-mail: <a href="mailto:URSS@URSS.ru">URSS@URSS.ru</a>                      |
|   | Каталог изданий в Интернете:<br><a href="http://URSS.ru">http://URSS.ru</a> |
|   | Тел./факс (многоканальный):<br>+ 7 (499) 724 25 45                          |
|   | URSS  |

## ОГЛАВЛЕНИЕ.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Предисловие . . . . . | 5 |
|-----------------------|---|

### Глава I.

#### ПРОБЛЕМА, РЕШАЕМАЯ ИНТЕГРАЛОМ СТИЛЬТЬЕСА.

|   |    |
|---|----|
| 1. Проблема, решаемая интегралом Римана . . . . .     | 9  |
| 2. Проблема, решаемая интегралом Стильтьеса . . . . . | 12 |
| 3. Функции распределения . . . . .                    | 14 |
| 4. Частные случаи интеграла Стильтьеса . . . . .      | 15 |

### Глава II.

#### ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ИНТЕГРАЛА СТИЛЬТЬЕСА.

|   |    |
|---|----|
| 5. Различные формы определения интеграла . . . . .          | 19 |
| 6. Свойства интеграла . . . . .                             | 33 |
| 7. Каноническое разложение интеграла на слагаемые . . . . . | 38 |
| 8. Один случай интегрируемости функций . . . . .            | 42 |

### Глава III.

#### ПРИМЕНЕНИЯ В ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

|  |    |
|--|----|
| 9. Функции распределения случайных величин . . . . .       | 45 |
| 10. Функции распределения сумм случайных величин . . . . . | 48 |
| 11. Средние значения случайных величин . . . . .           | 51 |
| 12. Моменты . . . . .                                      | 57 |

### Глава IV.

#### ПРИМЕНЕНИЯ В ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ.

|  |    |
|--|----|
| 13. Первая теорема Хелли . . . . .               | 60 |
| 14. Вторая теорема Хелли . . . . .               | 64 |
| 15. Проблема моментов . . . . .                  | 70 |
| 16. Предельная теорема теории моментов . . . . . | 74 |

### Глава V.

#### ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИНТЕГРАЛА СТИЛЬТЬЕСА.

|  |     |
|--|-----|
| 17. Собственные приращения функций . . . . .   | 78  |
| 18. Функции ограниченной вариации . . . . .    | 80  |
| 19. Определение и свойства интеграла . . . . . | 87  |
| 20. Теоремы существования . . . . .            | 100 |

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава VI.

ПРИМЕНЕНИЯ К ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ ФУНКЦИЯМ.

|   |     |
|---|-----|
| 21. Формулы обращения и умножения . . . . . | 118 |
| 22. Предельная теорема . . . . .            | 124 |

Глава VII.

ПРИМЕНЕНИЯ В ФУНКЦИОНАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ.

|   |     |
|---|-----|
| 23. Сокращенное определение интеграла для непрерывных функций . . . . . | 129 |
| 24. Линейные функционалы . . . . .                                      | 131 |
| 25. Линейные операторы . . . . .  | 137 |
| 26. Слабая сходимость . . . . .   | 146 |

Глава VIII.

ПОНЯТИЕ ИНТЕГРАЛА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ И ОБЩЕГО АНАЛИЗА.

|  |     |
|--|-----|
| 27. Функции множества . . . . .  | 160 |
| 28. Опр деления и свойства интеграла . . . . .                           | 165 |
| 29. Продолжение аддитивных функций множества . . . . .                   | 175 |
| 30. Дополнения к определению интеграла . . . . .                         | 189 |
| 31. Общий анализ . . . . .   | 191 |
| 32. Нам еще общее определение интеграла . . . . .                        | 196 |
| Добавление I. О первоначальном определении интеграла Стильбеса . . . . . | 208 |
| Добавление II. О кратных интегралах . . . . .                            | 211 |
| Указатель . . . . .  | 215 |

ЛОГИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ГЛАВАМИ

