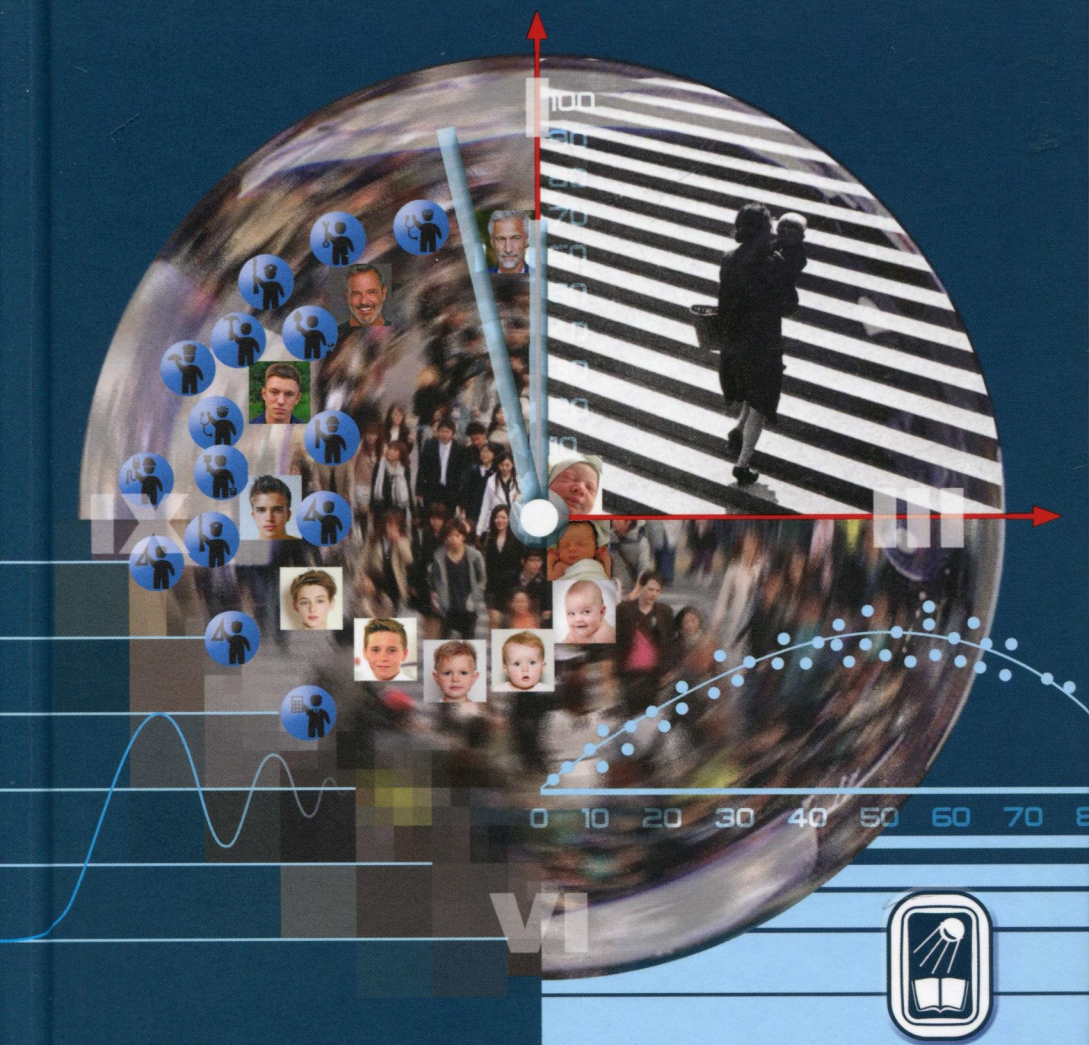


А.П. Михайлов, А.П. Петров

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ «ЧЕЛОВЕК–ОБЩЕСТВО»



**А.П. Михайлов, А.П. Петров**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
МОДЕЛИ СИСТЕМЫ  
«ЧЕЛОВЕК-ОБЩЕСТВО»**



**МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2022**

УДК 519.6  
ББК 22.19  
М 69



*Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 21-11-00005, не подлежит продаже*

Михайлов А.П., Петров А.П. **Математические модели системы «человек–общество».** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-9221-1909-2.

В монографии изложены подходы к математическому моделированию и изучены конкретные модели процессов из области демографии, психологии, социологии, политологии. В качестве методологической основы принята сформулированная академиком А.А. Самарским триада «модель–алгоритм–программа», описывающая ключевые этапы моделирования. Особое внимание уделяется построению математических моделей на основании гипотез о поведении как индивидов, так и социальных групп, с учетом теоретических представлений и эмпирически полученных закономерностей, установленных в соответствующих отраслях научного знания. Для всех рассматриваемых моделей проведено исследование аналитическими или численными методами, с содержательной трактовкой математических результатов.

Книга предназначена научным работникам, преподавателям, аспирантам и студентам, интересующимся проблемами применения математических методов и моделей к социальным и гуманитарным наукам.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	10
Литература . . . . .	16
<b>Глава 1. Некоторые традиционные математические методы соци-</b> <b>альных наук . . . . .</b>	<b>17</b>
1.1. Применение нелинейной регрессии в социологических исследованиях . . . . .	17
1.1.1. Основные понятия регрессионного анализа . . . . .	18
1.1.2. Функциональная спецификация нелинейной регрессии . . . . .	22
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	29
Литература . . . . .	29
1.2. Принцип максимального правдоподобия, пробит-анализ и логит-анализ . . . . .	30
1.2.1. Принцип максимального правдоподобия . . . . .	30
1.2.2. Пробит-анализ и логит-анализ . . . . .	33
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	39
Литература . . . . .	39
Приложение. Некоторые сведения из курса высшей математики и математической статистики . . . . .	40
1.3. Кластеризация . . . . .	43
1.3.1. Входные данные для кластерного анализа . . . . .	43
1.3.2. Иерархическая кластеризация . . . . .	45
1.3.3. Кластеризация в исследованиях парламентских голосований . . . . .	48
1.3.4. Кластерный анализ в контексте социологического исследования . . . . .	49
Упражнения . . . . .	51
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	51
Литература . . . . .	52
1.4. Введение в теорию коллективного выбора . . . . .	53
1.4.1. Вводные примеры . . . . .	53
1.4.2. Формализация проблемы . . . . .	55
1.4.3. Правила большинства и парадокс Кондорсе . . . . .	59
1.4.4. Парадокс Кондорсе при бинарной процедуре . . . . .	61
1.4.5. Правило Борда . . . . .	64
1.4.6. Теорема Эрроу . . . . .	66
Упражнения . . . . .	68
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	69
Литература . . . . .	69

1.5. Введение в теорию индексов влияния . . . . .	69
1.5.1. Индекс Банцафа . . . . .	70
1.5.2. Взвешенное голосование . . . . .	73
1.5.3. Парадокс перераспределения депутатов между фракциями . . . . .	75
1.5.4. Учет коалиционных предпочтений и парадокс вражды . . . . .	77
Упражнения . . . . .	80
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	80
Литература . . . . .	82
Глава 2. <b>Демография</b> . . . . .	83
2.1. Базовые макромоделли демографии . . . . .	83
2.1.1. Модель Мальтуса . . . . .	83
2.1.2. Логистическая модель . . . . .	85
Упражнения . . . . .	89
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	90
Литература . . . . .	95
2.2. Модель Лотки . . . . .	95
2.2.1. Построение модели . . . . .	96
2.2.2. Случай мальтузианских населений . . . . .	99
2.2.3. Анализ устойчивости мальтузианского режима . . . . .	102
Упражнения . . . . .	104
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	104
Литература . . . . .	104
2.3. Модель Лесли . . . . .	105
2.3.1. Построение модели . . . . .	105
2.3.2. Уравнение Эйлера–Лотки . . . . .	108
2.3.3. Возрастно-половая пирамида и демографические волны . . . . .	111
2.3.4. Учет продолжительного пребывания индивидов в старшей группе . . . . .	115
2.3.5. Об условиях применимости модели Лесли . . . . .	116
Упражнения . . . . .	121
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	121
Литература . . . . .	124
2.4. Учет половой структуры: бипарентальные модели . . . . .	124
2.4.1. Модель, не учитывающая брачность . . . . .	125
2.4.2. Модель, учитывающая брачность . . . . .	132
Упражнения . . . . .	140
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	140
Литература . . . . .	141
2.5. Пример имитационно-математического моделирования в демографии . . . . .	141
2.5.1. Общее описание имитационной модели . . . . .	142
2.5.2. Моделирование рождаемости . . . . .	144

2.5.3. Результаты вычислительных экспериментов и построение демографического прогноза для России . . . . .	146
2.5.4. Основные требования к имитационной модели . . . . .	148
Комментарии и библиографические указания . . . . .	149
Литература . . . . .	149
<b>Глава 3. Психология . . . . .</b>	<b>151</b>
3.1. Метод парных сравнений и описание процесса восприятия . . . . .	151
3.1.1. Закон сравнительных суждений . . . . .	152
3.1.2. Метод парных сравнений . . . . .	155
3.1.3. Моделирование когнитивной системы индивида . . . . .	159
Упражнения . . . . .	162
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	163
Литература . . . . .	164
3.2. Простейшая модель подражательного поведения . . . . .	165
3.2.1. Нейрологическая схема . . . . .	166
3.2.2. Уравнения модели на микроуровне . . . . .	168
3.2.3. Учет внешних и внутренних стимулов . . . . .	173
3.2.4. Базовая математическая модель . . . . .	174
3.2.5. Стационарные состояния базовой модели . . . . .	176
3.2.6. Численный эксперимент с нестационарной моделью . . . . .	179
Упражнения . . . . .	182
Комментарии и библиографические замечания . . . . .	182
Литература . . . . .	183
3.3. Расширенная модель подражательного поведения . . . . .	183
3.3.1. Понятие социально-политического потенциала (СПП) . . . . .	184
3.3.2. Основные предположения . . . . .	186
3.3.3. Построение модели . . . . .	188
3.3.4. Конкретизация модели . . . . .	191
3.3.5. Циклический режим эволюции электората . . . . .	193
Упражнения . . . . .	196
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	196
Литература . . . . .	196
3.4. Формирование мнений и установок индивидов, составляющих замкнутую группу . . . . .	197
3.4.1. Построение и анализ модели формирования мнений . . . . .	197
3.4.2. Консенсус для некоторых типов групп индивидов . . . . .	200
3.4.3. Модель формирования установки действия . . . . .	203
Упражнения . . . . .	206
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	206
Литература . . . . .	207
3.5. Социальные взаимодействия в малой группе . . . . .	208
3.5.1. Традиционная модель . . . . .	208
3.5.2. Анализ традиционной модели и выявление ее проблемных мест . . . . .	210

3.5.3. Построение и анализ скорректированной модели . . . . .	213
3.5.4. Учет структуры группы . . . . .	216
Упражнения . . . . .	217
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	217
Литература . . . . .	218
3.6. Структурный баланс в малой группе . . . . .	218
3.6.1. ХКХ-подход к структурному балансу . . . . .	219
3.6.2. Д-подход к структурному балансу . . . . .	223
3.6.3. Социоматрицы . . . . .	224
Упражнения . . . . .	225
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	225
Литература . . . . .	226
3.7. Модель динамики отношений индивидов в малой группе . . . . .	226
3.7.1. Основные предположения модели . . . . .	227
3.7.2. Анализ симметричных стационарных состояний для группы из трех индивидов . . . . .	229
Упражнения . . . . .	235
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	235
Литература . . . . .	236
3.8. Динамическая модель близости позиций пользователей социальных сетей . . . . .	236
3.8.1. Построение модели . . . . .	237
3.8.2. Стационарное состояние согласия в случае двух индивидов . . . . .	242
3.8.3. Стационарное состояние с несимметричными отношениями . . . . .	243
3.8.4. Вычислительные эксперименты с моделью . . . . .	245
Упражнения . . . . .	249
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	249
Литература . . . . .	250
<b>Глава 4. Социология . . . . .</b>	<b>251</b>
4.1. Латентно-структурный анализ . . . . .	251
4.1.1. Основные положения модели латентных классов . . . . .	251
4.1.2. Отнесение отдельных индивидов к конкретным латентным классам . . . . .	255
4.1.3. Пример применения модели латентных классов в социологи- ческом исследовании . . . . .	257
4.1.4. Латентно-структурный анализ в случае непрерывной латент- ной переменной . . . . .	258
4.1.5. Заключение . . . . .	262
Упражнения . . . . .	262
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	262
Литература . . . . .	263
4.2. Модели марковского типа . . . . .	263
4.2.1. Динамика численности верующих . . . . .	264
4.2.2. Элементы общей теории марковских процессов . . . . .	268
4.2.3. Вертикальная социальная мобильность . . . . .	271

---

4.2.4. Модели типа мувер-стейер . . . . .	275
4.2.5. Расовая динамика . . . . .	277
Упражнения . . . . .	281
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	281
Литература . . . . .	284
4.3. Социальная сегрегация . . . . .	285
4.3.1. Качественная модель . . . . .	286
4.3.2. Конкретизация поведенческой гипотезы и построение математической модели . . . . .	292
4.3.3. Анализ математической модели . . . . .	294
4.3.4. Заключение . . . . .	298
Упражнения . . . . .	299
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	299
Литература . . . . .	300
4.4. Поведение индивидов при изменении количества степеней свободы . . . . .	300
4.4.1. Введение: содержательная проблема теста гипотетического монополиста и понятие о степени свободы . . . . .	301
4.4.2. Основные определения . . . . .	303
4.4.3. Оценка товарных границ рынка . . . . .	304
4.4.4. Одновременное определение товарных и географических границ рынка . . . . .	307
4.4.5. Заключение . . . . .	312
Упражнения . . . . .	313
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	313
Литература . . . . .	313
4.5. Распространение информации в социуме в отсутствие противодействия . . . . .	314
4.5.1. Базовая модель информационного нападения . . . . .	314
4.5.2. Учет дополнительных факторов . . . . .	316
4.5.3. Модель информационного нападения, учитывающая три дополнительных фактора . . . . .	320
4.5.4. Заключение . . . . .	324
Упражнения . . . . .	325
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	325
Литература . . . . .	329
4.6. Информационное противоборство в социуме . . . . .	331
4.6.1. Базовая модель информационного противоборства . . . . .	332
4.6.2. Условие победы при противоборстве произвольного количества партий . . . . .	334
4.6.3. Учет дополнительных факторов . . . . .	335
4.6.4. Информационное противоборство при дестабилизирующем воздействии . . . . .	337
4.6.5. Заключение . . . . .	342
Упражнения . . . . .	342
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	343
Литература . . . . .	343



Глава 5. <b>Политология</b> . . . . .	344
5.1. Политическое соперничество . . . . .	344
5.1.1. Постановка задачи и формулировка модели . . . . .	344
5.1.2. Равновесные уровни власти и их устойчивость . . . . .	346
5.1.3. Некоторые вычислительные эксперименты с моделью . . . . .	351
Упражнения . . . . .	355
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	355
Литература . . . . .	355
5.2. Моделирование этнополитической самоидентификации . . . . .	356
5.2.1. Политическая самоидентификация дагестанского этноса в конце 1990-х годов . . . . .	356
5.2.2. Моделирование динамики взаимодействующих электоратов . . . . .	361
5.2.3. Динамика взаимодействия электоратов вблизи положения равновесия . . . . .	367
5.2.4. Интерпретация результатов моделирования взаимодействующих электоратов . . . . .	371
Упражнения . . . . .	372
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	372
Литература . . . . .	372
5.3. Основы моделирования системы «власть–общество» . . . . .	373
5.3.1. Построение модели . . . . .	374
5.3.2. Динамика в рамках правовой системы: базовая модель в линейном случае . . . . .	379
5.3.3. Анархическая и тоталитарная ловушки . . . . .	382
5.3.4. Заключение . . . . .	384
Упражнения . . . . .	385
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	385
Литература . . . . .	386
5.4. Система «власть–общество» в случае биполярной реакции общества . . . . .	386
5.4.1. Биполярная реакция общества . . . . .	387
5.4.2. Формирование структур с внутренними переходными слоями . . . . .	388
5.4.3. Стационарные контрастные распределения власти . . . . .	389
5.4.4. Нестационарные контрастные распределения власти . . . . .	391
5.4.5. Конфедеративные распределения власти . . . . .	393
Упражнения . . . . .	394
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	395
Литература . . . . .	395
5.5. Коррупция и другие несовершенства властных иерархий . . . . .	396
5.5.1. Учет коррупции в модели «власть–общество» . . . . .	396
5.5.2. Ущерб от коррупции, стоимость и эффективность ее ограничения . . . . .	400
5.5.3. Сравнительный анализ стратегий ограничения коррупции . . . . .	402
5.5.4. Учет некомпетентности иерархии . . . . .	405
5.5.5. Клановые отношения в иерархии . . . . .	406
Упражнения . . . . .	408
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	409
Литература . . . . .	409

---

5.6. Динамика гонки вооружений . . . . .	410
5.6.1. Построение базовой модели . . . . .	411
5.6.2. Анализ базовой модели с постоянными коэффициентами . . . . .	412
5.6.3. Нелинейная модель . . . . .	415
5.6.4. Обобщение на случай большого количества стран . . . . .	420
Упражнения . . . . .	422
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	422
Литература . . . . .	422
5.7. Моделирование крупномасштабных исторических процессов . . . . .	423
5.7.1. Введение . . . . .	423
5.7.2. Элементы модели мировой динамики . . . . .	424
5.7.3. Динамика аграрных обществ . . . . .	425
5.7.4. Моделирование системы древнегреческих полисов . . . . .	430
Упражнения . . . . .	432
Комментарии и библиографические примечания . . . . .	433
Литература . . . . .	434
Список литературы . . . . .	436
Об авторах . . . . .	451