



Е.Н. ПРОКАЗНИКОВА, К.В. БУХЕНСКИЙ

# ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ПРОГРАММИСТОВ

Часть 3

$$x_{k+1}$$

$$= x_k +$$

$$\frac{\Lambda(1 - x_k^2) - e^{x_k}}{8x_k + e^{x_k}}$$

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Е.Н. Проказникова  
К.В. Бухенский**

# **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ПРОГРАММИСТОВ**

**ЧАСТЬ 3**

**ПРАКТИКУМ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

*Рекомендовано  
Научно-методическим советом РГРТУ  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по укрупненному направлению подготовки  
2.09.00.00 «Информатика и вычислительная техника»  
(квалификация «бакалавр»)*

Москва  
КУРС  
2022

УДК 519.6(075.8)  
ББК 22.19я73  
П80

ФЗ № 436-ФЗ	Издание не подлежит маркировке в соответствии с п. 1 ч. 4 ст. 11
----------------	---

Рецензенты:

*Овечкин Г.В.* — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная и прикладная математика» ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина»;

*Демидова Л.А.* — д-р техн. наук, профессор кафедры «Интеллектуальные системы информационной безопасности» ФГБОУ ВО «Российский технологический университет – МИРЭА»

П80 **Проказникова Е.Н.,**  
Вычислительная математика для программистов: Ч. 3. Практикум: учебное пособие / Е.Н. Проказникова, К.В. Бухенский. — Москва: КУРС, 2022. — 176 с.

ISBN 978-5-907228-23-8

В учебном пособии представлены в кратком изложении основные положения теории погрешностей, наиболее известные методы решения уравнений с одной переменной, систем линейных уравнений, интерполирования функций, приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и дифференциальных уравнений с частными производными. Для закрепления теоретического материала по каждому из разделов в данном пособии представлено несколько практических работ, содержащих 30 вариантов заданий. Для правильного выполнения практических заданий приводится пример расчета «вручную». Издание предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по укрупненному направлению подготовки «Информатика и вычислительная техника».

УДК 519.6(075.8)  
ББК 22.19я73



ISBN 978-5-907228-23-8

© Проказникова Е.Н.,  
Бухенский К.В., 2020, 2021, 2022  
© КУРС, 2020, 2021, 2022

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
----------------	---

## Глава 1

### ПОГРЕШНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТА ЧИСЛЕННОГО

### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ .....

<i>Абсолютная и относительная погрешности</i> .....	5
<i>Округление чисел</i> .....	6
<i>Вычислительная погрешность</i> .....	7
<i>Погрешность степени приближенного числа</i> .....	9
<i>Погрешность корня из приближенного числа</i> .....	10
<i>Погрешность функции, зависящей от одной переменной</i> .....	11
<i>Тригонометрические функции</i> .....	12
<i>Погрешность функции, зависящей от нескольких переменных</i> .....	12
Практическое задание 1.1 .....	12
<i>Определение абсолютной и относительной погрешности приближенного числа</i> .....	12
Пример выполнения задания 1.1 .....	16
Практическое задание 1.2 .....	17
<i>Действия над приближенными числами. Оценка погрешности результата</i> .....	17
Пример выполнения задания 1.2 .....	23

## Глава 2

### РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ .....

<i>Отделение корней</i> .....	26
<i>Метод половинного деления</i> .....	26
<i>Графическое решение уравнений</i> .....	26
<i>Метод итераций</i> .....	27
<i>Преобразование уравнения к итерационному виду</i> .....	28
Практическое задание 2.1 .....	28
<i>Уточнение корней уравнения методом хорд</i> .....	28
Пример выполнения задания 2.1 .....	30
Практическое задание 2.2 .....	32
<i>Уточнение корней уравнения методом касательных</i> .....	32
Пример выполнения задания 2.2 .....	32
Практическое задание 2.3 .....	34
<i>Уточнение корней уравнения комбинированным методом хорд и касательных</i> .....	34
Пример выполнения задания 2.3 .....	35
Практическое задание 2.4 .....	38
<i>Уточнение корней уравнения методом итераций</i> .....	38
Пример выполнения задания 2.4 .....	39

### Глава 3

#### **РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ..... 42**

Практическое задание 3.1.....	46
<i>Решение систем линейных уравнений по схеме Гаусса.....</i>	46
Пример выполнения задания 3.1.....	51
Практическое задание 3.2.....	51
<i>Решение системы линейных уравнений методом главных элементов.....</i>	51
Пример выполнения задания 3.2.....	55
Практическое задание 3.3.....	56
<i>Решение системы линейных уравнений методом итераций.....</i>	56
Пример выполнения задания 3.3.....	60
Практическое задание 3.4.....	61
<i>Решение системы линейных уравнений методом Зейделя.....</i>	61
Пример выполнения задания 3.4.....	65

### Глава 4

#### **ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ..... 66**

Первая интерполяционная формула Ньютона.....	66
Вторая интерполяционная формула Ньютона.....	67
Интерполяционные формулы Гаусса.....	67
Интерполяционная формула Стирлинга.....	69
Интерполяционная формула Бесселя.....	69
Общая характеристика интерполяционных формул с постоянным шагом.....	70
Интерполяционная формула Лагранжа. Схема Эйткена.....	71
Интерполяционная формула Ньютона для случая неравноотстоящих значений аргумента.....	73
Практическое задание 4.1.....	75
<i>Нахождение значений функции с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа.....</i>	75
Пример выполнения задания 4.1.....	78
Практическое задание 4.2.....	79
<i>Вычисление значений функции по первой и второй интерполяционным формулам Ньютона.....</i>	79
Пример выполнения задания 4.2.....	85
Практическое задание 4.3.....	88
<i>Вычисление значений функции с использованием интерполяционной формулы Ньютона для неравноотстоящих узлов.....</i>	88
Пример выполнения задания 4.3.....	90

### Глава 5

#### **ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ..... 92**

Общие замечания. Задача Коши.....	92
Метод Эйлера.....	96
Модификации метода Эйлера.....	98
Метод Эйлера с последующей итерационной обработкой.....	99

Метод Рунге–Кутта .....	100
<i>Порядок заполнения табл. 5.1 .....</i>	<i>100</i>
Метод Адамса .....	102
<i>Порядок заполнения табл. 5.2 .....</i>	<i>104</i>
Метод Милна .....	106
Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.....	107
Метод конечных разностей для линейных дифференциальных уравнений второго порядка.....	108
Метод прогонки.....	109
Практическое задание 5.1.....	114
<i>Приближенное решение дифференциального уравнения     методом Эйлера–Коши .....</i>	<i>114</i>
Пример выполнения задания 5.1 .....	115
Практическое задание 5.2.....	116
<i>Приближенное решение дифференциального уравнения     методами Рунге–Кутта и Адамса .....</i>	<i>116</i>
Пример выполнения задания 5.2.....	118
Практическое задание 5.3.....	121
<i>Приближенное решение дифференциального уравнения     методом Милна .....</i>	<i>121</i>
Пример выполнения задания 5.3.....	122
Практическое задание 5.4.....	126
<i>Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения     методом конечных разностей .....</i>	<i>126</i>
Пример выполнения задания 5.4.....	129
Практическое задание 5.5.....	130
<i>Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения     методом прогонки.....</i>	<i>130</i>
Пример выполнения задания 5.5.....	131

## **Глава 6**

### **ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ..... 133**

Численное решение уравнений с частными производными .....	133
Начальные и краевые условия. Задача Коши. Смешанная задача. Корректность постановки смешанной задачи.....	135
Краевые задачи для уравнений эллиптического типа .....	139
Метод сеток .....	140
Метод сеток для задачи Дирихле .....	141
Итерационный метод решения системы конечно-разностных уравнений.....	144
Решение краевых задач для криволинейных областей.....	145
Метод сеток для уравнения параболического типа.....	146
Метод прогонки для уравнения теплопроводности .....	150
Метод сеток для уравнения гиперболического типа.....	151
Практическое задание 6.1.....	155