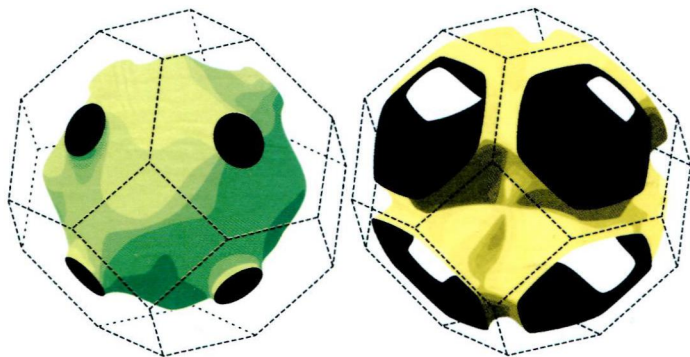
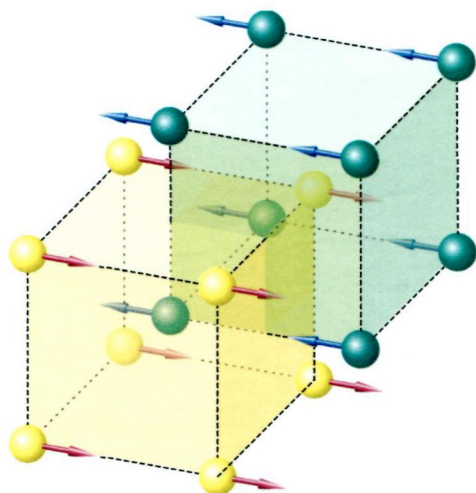


А. Б. Борисов

Начала нелинейной динамики

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД



Екатеринбург

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МЕТАЛЛОВ

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СЕРИЯ
ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

3

А.Б. Борисов

НАЧАЛА
НЕЛИНЕЙНОЙ
ДИНАМИКИ

ЕКАТЕРИНБУРГ
2010

УДК 531.52я7, 521
ББК 22.213
Б 82

Рекомендовано к изданию ученым советом
Института физики металлов и НИСО УрО РАН

Борисов А.Б.
Б 82 **Начала нелинейной динамики** / А.Б. Борисов. – Екатеринбург: УрО РАН, 2010. – С. 408. – (Научно-образовательная серия «Физика конденсированных сред»; 3).
ISBN 978-5-7691-2145-6

В книге рассмотрены основные принципы теоретической механики, методы аналитической механики и дан краткий очерк их развития. Большое внимание уделено изложению наиболее содержательных и ценных для теории и приложений разделов нелинейной динамики: теории нелинейных и малоамплитудных колебаний в базовых моделях нелинейной динамики. Описаны приближенные методы нелинейной динамики: метод многих масштабов и метод усреднения. Дано элементарное введение в теорию интегрируемых систем и теорию солитонов. Изложен современный алгоритм их поиска. На примере динамики частиц в решетке Тоды описаны методы обратной задачи рассеяния и обсуждается новый тип локализованных возбуждений – солитонов.

Монография адресована физикам-теоретикам, инженерам-физикам, специалистам, интересующимся проблемами нелинейной динамики, а также аспирантам и студентам, приступающим к изучению механики.

УДК 531.52я7, 521
ББК 22.213

Ответственный редактор

доктор физико-математических наук профессор **А.П. Танкеев**

Рецензент

доктор физико-математических наук профессор **Ю.Н. Скрыбин**

ISBN 978-5-7691-2145-6

© Институт физики металлов
УрО РАН, 2010 г.
© Борисов А.Б., 2010 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие автора	5
Глава 1. Ньютонова механика	9
1.1. Краткий очерк развития механики с древних времен до второго периода античной физики	9
1.2. От периода математической физики в Античности до Леонардо да Винчи	18
1.3. От Николая Коперника до И. Кеплера	33
1.4. От И. Кеплера и Г. Галилея до И. Ньютона	45
1.5. Ньютонова система мира	64
Глава 2. Лагранжева механика	76
2.1. Голономные и неголономные связи	77
2.2. Классификация сил, действующих на тело. Виртуальные перемещения. Идеальные связи	80
2.3. Принцип виртуальных перемещений	84
2.4. Принцип Д'Аламбера. Общее уравнение динамики	87
2.5. Уравнения Лагранжа первого рода	89
2.6. Уравнения Лагранжа второго рода	92
2.7. Вариационное исчисление	98
2.7.1. Подход Эйлера	100
2.7.2. Подход Лагранжа	102
2.8. Построение уравнений механики из принципа наименьшего действия	108
2.9. Законы сохранения	114
2.9.1. Закон сохранения энергии	116
2.9.2. Закон сохранения импульса	118
2.9.3. Центр инерции и уравнения его движения	120
2.9.4. Закон сохранения момента импульса	121
2.9.5. Уравнение движения момента импульса незамкнутой системы	124
2.10. Теорема Нётер	126
Глава 3. Линейные колебания	132
3.1. Свободные колебания системы с одной степенью свободы	132
3.1.1. Гармонические колебания	132
3.1.2. Фазовая плоскость	136
3.2. Затухающие свободные колебания	137
3.2.1. Комплексификация линейных дифференциальных уравнений	138
3.2.2. Логарифмический декремент затухания	140

3.3. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы . . .	143
3.4. Свободные колебания систем со многими степенями свободы . . .	150
3.4.1. Колебания системы с двумя степенями свободы	150
3.4.2. Малые колебания системы из N материальных точек . . .	153
Глава 4. Нелинейные колебания	161
4.1. Нелинейные колебания консервативных систем с одной степенью свободы	164
4.2. Колебания математического маятника. Эллиптические функции .	173
4.3. Малоамплитудные колебания консервативной системы с одной степенью свободы	179
4.3.1. Прямое разложение	180
4.3.2. Метод многих масштабов	183
4.3.3. Метод усреднения. Подход Ван дер Поля	188
4.3.4. Обобщенный метод усреднения. Подход Крылова и Боголюбова	191
4.4. Вынужденные колебания ангармонического осциллятора	194
4.4.1. Прямое разложение	196
4.4.2. Вторичный резонанс $\omega \approx \pm 3$	197
4.4.3. Первичный резонанс. Амплитудно-частотная характеристика	200
4.5. Автоколебания. Предельные циклы	207
4.5.1. Аналитическое решение уравнения Ван дер Поля при малых значениях параметра нелинейности	210
4.5.2. Приближенное решение уравнения Ван дер Поля при больших значениях параметра нелинейности	213
4.5.3. Доказательство существования единственного устойчивого предельного цикла для уравнения Ван дер Поля	217
4.6. Параметрический резонанс	222
4.6.1. Теория Флоке	223
4.6.2. Аналитическое решение уравнения Матье при малых значениях параметра нелинейности	228
Глава 5. Движение в центральном поле	234
5.1. Задача двух тел	234
5.2. Задача Кеплера	235
Глава 6. Гамильтонова механика	246
6.1. Уравнения Гамильтона	246
6.2. Уравнение Гамильтона–Якоби	254
6.3. Теорема Якоби	259
6.4. Скобки Пуассона	262
6.5. Теорема Пуассона	267
6.6. Канонические преобразования	269
6.7. Инфинитезимальные канонические преобразования. Движение как бесконечная совокупность канонических преобразований . .	278

6.8. Изменение функции при бесконечно малых канонических преобразованиях. Скрытые интегралы движения	281
6.9. Интегральные инварианты Пуанкаре. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема	282
6.10. Теорема Лиувилля	286
Глава 7. Интегрируемые системы	290
7.1. Уравнения движения твердого тела	290
7.1.1. Углы Эйлера	293
7.1.2. Кинематические уравнения Эйлера	297
7.1.3. Моменты инерции твердого тела	298
7.1.4. Динамические уравнения Эйлера	303
7.1.5. Алгоритм С.В. Ковалевской для интегрирования уравнений движения твердого тела с закрепленной точкой	305
7.2. Свойство Пенлеве дифференциальных уравнений	321
7.2.1. Краткий обзор аналитической теории дифференциальных уравнений	321
7.2.2. Современный алгоритм анализа интегрируемых систем ..	325
7.2.3. Интегрируемость обобщенной модели Хенона–Хейлеса ..	332
7.2.4. Построение частных решений нелинейной модели методом линеаризации	337
7.3. Динамика частиц в решетке Тоды. Интегрирование методом обратной задачи рассеяния	340
7.3.1. Представление Лакса	345
7.3.2. Прямая задача рассеяния	350
7.3.3. Метод обратной задачи рассеяния	361
7.3.4. N -солитонные решения	366
7.3.5. Обратная задача рассеяния и задача Римана	376
7.3.6. Солитоны – элементарные возмущения нелинейных интегрируемых систем	382
7.3.7. Преобразование Дарбу и Бэклунда	386
7.3.8. «Размножение интегрируемых уравнений», модифицированные решетки Тоды	391
Список литературы	401