

И. В. Попов, И. В. Фрязинов

**МЕТОД
АДАПТИВНОЙ
ИСКУССТВЕННОЙ
ВЯЗКОСТИ
ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ
УРАВНЕНИЙ
ГАЗОВОЙ
ДИНАМИКИ**



URSS

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша

И. В. Попов, И. В. Фрязинов

**МЕТОД АДАПТИВНОЙ
ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТИ
ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ
УРАВНЕНИЙ
ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ**



**URSS
МОСКВА**

**Попов Игорь Викторович,
Фрязинов Игорь Владимирович**

**Метод адаптивной искусственной вязкости численного решения
уравнений газовой динамики. — М.: КРАСАНД, 2015. — 288 с.**

Книга посвящена новому численному методу адаптивной искусственной вязкости (АИВ) решения задач газовой динамики.

Предложенный в книге метод использовался для решения одномерных и многомерных задач на ортогональных и неструктурированных сетках. Проведено сравнение результатов расчетов тестовых задач методом АИВ с другими современными методами. Метод был также применен к решению ряда других задач математической физики. Приводится решение методом АИВ некоторых практических задач.

Книга может представлять интерес для аспирантов, научных сотрудников и инженеров, занятых решением задач газовой динамики.

Все результаты получены авторами данной книги, опубликованы в печати и докладывались на международных научных конференциях.

Издательство «КРАСАНД». 117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.
Формат 60×90/16. Печ. л. 18. Доп. тираж. Зак. № 05302

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография». Филиал «Чеховский печатный двор».
142300, Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.

ISBN 978-5-396-00628-7

© КРАСАНД, 2014

17028 ID 192065



9 785396 006287



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Введение	6
Глава I. Метод адаптивной искусственной вязкости. Одномерные задачи	16
§ 1.1. Постановка задачи.....	16
§ 1.2. Поправки Лакса—Вендроффа.....	18
§ 1.3. Аппроксимация	22
§ 1.4. Искусственная вязкость	26
§ 1.5. Число Куранта	33
§ 1.6. Области введения искусственной вязкости	38
§ 1.7. Метод адаптивной искусственной вязкости (АИВ) для решения одномерных задач газовой динамики	47
§ 1.8. Первые численные эксперименты	52
§ 1.9. Разностная схема и балансные соотношения. Сеточная аппроксимация уравнений для внутренней энергии.....	60
§ 1.10. Решение тестовых задач методом АИВ	68
§ 1.11. Метод АИВ в цилиндрических и сферических координатах	92
§ 1.12. Метод АИВ для уравнений Бюргерса, пограничного слоя, линейного и нелинейного переноса	102

- § 1.13. Численное решение уравнений Бюргерса, пограничного слоя, линейного и нелинейного переноса методом АИВ 112
- § 1.14. Сравнение метода АИВ и WENO5 118

Глава II. Метод адаптивной искусственной вязкости. Решения многомерных задач газовой динамики на ортогональных сетках.....121

- § 2.1. Постановка задачи..... 121
- § 2.2. Сетки и обозначения 123
- § 2.3. Аппроксимации операторов дивергенции и градиента 128
- § 2.4. Поправки Лакса—Вендроффа..... 132
- § 2.5. Аппроксимация уравнений газовой динамики..... 136
- § 2.6. Искусственная вязкость 139
- § 2.7. Области введения искусственной вязкости 145
- § 2.8. Метод адаптивной искусственной вязкости 152
- § 2.9. Метод АИВ в цилиндрических координатах..... 154
- § 2.10. Численное решение двумерных задач..... 157
- § 2.11. Численное решение трёхмерной задачи 169

Глава III. Метод адаптивной искусственной вязкости решения уравнений газовой динамики на неструктурированных треугольных и тетраэдральных сетках173

- § 3.1. Постановка задачи..... 173
- § 3.2. Сетки и обозначения 175
- § 3.3. Аппроксимации дивергенции и градиента 181

Оглавление

§ 3.4. Сеточные преобразования и аппроксимация исходных уравнений (без учёта поправок Лакса—Вендроффа).....	194
§ 3.5. Аппроксимация поправок Лакса—Вендроффа и потоков.....	203
3.5.1. Аппроксимация потоков массы	204
3.5.2. Аппроксимация потоков импульса и градиента давления.....	205
3.5.3. Аппроксимация потоков полной энергии.....	208
3.5.4. Итоговые формулы для потоков	209
3.5.5. Аппроксимация уравнения для внутренней энергии	211
§ 3.6. Аппроксимация граничных условий и постановка сеточных задач для определения «предикторного» решения.....	212
§ 3.7. Искусственная вязкость.....	215
§ 3.8. Определение областей УВ(ВС), ВР, КР, ОСЦ. Метод адаптивной искусственной вязкости (Метод АИВ).....	221
§ 3.9. Численные эксперименты	225

Приложения

Приложение А. Численное моделирование неустойчивости Рихтмайера—Мешкова.....	229
Приложение Б. Отражение ударной волны от оси симметрии в неравномерном потоке с образованием циркуляционной зоны.....	233

Цветные иллюстрации241

Литература273