

В.И. Малый

# ДЖЕНОРЫ

Расслоения над областями  
пространства Минковского

Оператор кинетической скорости

$$U_{ad}^{кин} \Psi = g \bar{\Psi} g^{-1}$$

Оператор групповой скорости

$$U_{ad}^{2p} \Psi = \sigma^\alpha \left( i \hbar d_\alpha \Psi \sigma_3 - \frac{e}{mc^2} A_\alpha \Psi \right)$$

Антилинейное дженорное уравнение

$$U_{ad}^{кин} \Psi = U_{ad}^{2p} \Psi$$



**В. И. МАЛЫЙ**

# **ДЖЕНОРЫ**

**Расслоения над областями пространства  
Минковского**



МОСКВА  
НАУЧНЫЙ МИР  
2014

УДК 514.8; 530.1; 530.145; 531-4  
ББК 22.311  
М18

**Малый В. И.**

**ДЖЕНОРЫ. Расслоения над областями пространства Минковского.** — М.: Научный мир, 2014. — 222 с.

ISBN 978-5-91522-399-7

Дженоры введены как сомножители эрмитового мультипликативного разложения 4-векторов пространства Минковского. Многообразие дженоров окзывается изоморфным группе  $GL(2, \mathbb{C})$  и является однородным пространством с группой движений в виде расширенной группы Лоренца  $GL(2, \mathbb{C})$ . Разные виды многообразий дженоров реализуют расслоения над каждой из пяти областей пространства Минковского, объединяющих векторы одного пространственно-временного типа. Расслоение дженоров над областью времениподобных векторов имеет слои, изоморфные унитарной группе  $U(2)$ . Алгебра дженоров гарантирует существование элемента, обратного по отношению к действию группового умножения, что обеспечивает возможность деления на дженор. Из мультипликативного разложения 4-векторов следует, что они при расширенных преобразованиях Лоренца ведут себя как джентензоры.

С использованием разложения на дженорные множители вектора плотности потока частиц и возможности деления в дженорной алгебре получены локальные алгебраические дженорные уравнения для амплитуд потока. С привлечением соображений де Бройля о волнах, ассоциированных с равномерным потоком, установлена структура предполагаемых решений дженорных уравнений. Это позволило восстановить дифференциальные антилинейные дженорные уравнения, которые имеют ожидаемые частные решения.

Хотя при получении антилинейных дженорных уравнений не использовались какие-либо процедуры типа правил квантования, анализ решений показывает, что они правильно описывают характерные для релятивистской квантовой теории эффекты, такие как существование античастиц наряду с частицами и создаваемое локализованными пакетами магнитное поле наблюдаемой величины. С одной стороны, эти уравнения выражают простой геометрический смысл, с другой стороны, можно показать их эквивалентность биспинорным уравнениям Дирака.

Для научных работников, интересующихся геометрическими аспектами теоретической и математической физики.

ISBN 978-5-91522-399-7

© Малый В. И., 2014  
© Научный мир, 2014

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. <b>Алгебра дженоров</b> . . . . .	5
1.1. Связь геометрии и тензорной алгебры, соотношение геометрии со спинтензорной алгеброй . . . . .	5
1.2. Необходимые сведения из теории представлений группы Лоренца . . . . .	15
1.3. Разложение на множители пространственноподобных векторов пространства Минковского. . . . .	21
1.4. Структура расслоенного многообразия в множестве комплексных параметров $Z$ . . . . .	26
1.5. Геометрический смысл ненаблюдаемых параметров многообразия дженоров . . . . .	29
1.6. Эквивалентные формы описания расслоения над пространственноподобной областью пространства Минковского. . . . .	31
1.7. Многообразие дженоров как однородное пространство и его группа движений . . . . .	37
1.8. Многообразия дженоров как расслоения над областями будущего и прошлого в пространстве Минковского . . . . .	44
1.9. Расслоения над конусами светоподобных векторов в пространстве Минковского . . . . .	50
1.10. Общая картина расслоений над областями пространства Минковского. . . . .	56
Глава 2. <b>Дифференциальная геометрия многообразий дженоров</b> . . . . .	60
2.1. Необходимые сведения из дифференциального анализа на многообразиях. . . . .	60
2.2. Функции на многообразиях дженоров . . . . .	66
2.3. Дифференциалы функций и джентензоров на многообразиях $GL$ . . . . .	68
2.4. Операторы производных на многообразиях дженоров. . . . .	71
2.5. Параллельный перенос локальных кокасательных и касательных пространств . . . . .	74
2.6. Естественность геометрического происхождения и полнота джентензорной алгебры. . . . .	80
2.7. Преобразования сдвига полей на многообразии $GL$ . . . . .	83
2.8. Инфинитезимальная форма описания параллельного переноса на многообразии $GL$ . . . . .	85
2.9. Аффинные геодезические на многообразии $GL$ . . . . .	87
2.10. Риманова метрика и экстремали на многообразии $GL$ . . . . .	94
2.11. Псевдориманова метрика и экстремали на многообразии $GL$ . . . . .	103

Глава 3. <b>Дженоры в описании микропроцессов</b> . . . . .	108
3.1. Локальная джентензорная алгебра потоков частиц . . . . .	109
3.2. Дифференциальные уравнения для однородных свободных потоков частиц . . . . .	116
3.3. Реализация принципа суперпозиции при дженорном описании потоков частиц . . . . .	121
3.4. Дженорное описание потоков частиц в электромагнитных полях . . . . .	130
3.5. Уравнение непрерывности при дженорном описании потоков частиц . . . . .	135
3.6. Обобщенный вариант антилинейного дженорного уравнения . . . . .	136
Глава 4. <b>Решения джентензорных уравнений</b> . . . . .	138
4.1. Правые кватернионные преобразования решений джентензорных уравнений . . . . .	138
4.2. Свободные плоские волны и вопрос об измеримости их параметров . . . . .	142
4.3. Суперпозиция плоских свободных волн и поляризация локализованных пакетов . . . . .	146
4.4. Дополнительные решения джентензорных уравнений . . . . .	153
4.5. Полнота решений для плоских свободных волн . . . . .	155
4.6. Плоские волны в поле однородного электромагнитного потенциала . . . . .	158
4.7. Преобразование зарядового сопряжения . . . . .	160
4.8. Эквивалентность дженорного и биспинорного описаний потоков частиц . . . . .	163
4.9. Описание дженорами и биспинорами основного состояния электрона в кулоновском поле ядра . . . . .	171
4.10. Основные положения дженорного подхода к релятивистской квантовой механике . . . . .	178
Глава 5. <b>Дженоры и биспиноры, бикватернионы, твисторы</b> . . . . .	198
5.1. Дженоры . . . . .	198
5.2. Дженоры и биспиноры . . . . .	202
5.3. Дженоры и бикватернионы . . . . .	204
5.4. Дженоры и твисторы . . . . .	207
Глава 6. <b>Геометрия многообразия дженоров есть геометрия релятивистского квантового мира</b> . . . . .	209
6.1. Ключевые положения вывода дженорных уравнений . . . . .	209
6.2. Заключительные соображения и возможные обобщения . . . . .	215
Список литературы . . . . .	219