

А.Н. Канатников  
А.П. Крищенко

# Аналитическая геометрия

#03

А.Н. КАНАТНИКОВ, А.П. КРИЩЕНКО

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

*Под редакцией*

д-ра техн. наук, профессора В.С. Зарубина  
и д-ра физ.-мат. наук, профессора А.П. Крищенко

*Рекомендовано Министерством образования  
Российской Федерации  
в качестве учебника для студентов  
высших технических учебных заведений*

Издание шестое

**BAUMANPRESS**  
 **ИЗДАТЕЛЬСТВО**  
МГТУ им. Н.Э. БАУМАНА

Москва 2014

УДК 517.1(075.8)  
ББК 22.151.5  
К19

*Рецензенты:*

профессор В. И. Елкин, профессор Е. В. Шикин

**Канатников А. Н.**

К19 Аналитическая геометрия : учеб. для вузов / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – 6-е изд. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 387, [5] с. : ил. – (Математика в техническом университете ; вып. 3).

ISBN 978-5-7038-3845-7

ISBN 978-5-7038-3776-4 (вып. 3)

Книга является третьим выпуском серии «Математика в техническом университете» и знакомит читателя с основными понятиями векторной алгебры и ее приложений, теории матриц и определителей, систем линейных алгебраических уравнений, кривых и поверхностей второго порядка. Материал изложен в объеме, необходимом на начальном этапе подготовки студента технического университета.

Содержание учебника соответствует курсу лекций, который читается в МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Для студентов технических университетов. Может быть полезен преподавателям и аспирантам.

УДК 517.1(075.8)  
ББК 22.151.5

ISBN 978-5-7038-3776-4 (вып. 3)  
ISBN 978-5-7038-3845-7

© Канатников А. Н., Крищенко А. П., 2000  
© Канатников А. Н., Крищенко А. П., 2011,  
с изменениями  
© Оформление. Издательство  
МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b>	<b>5</b>
<b>Основные обозначения</b>	<b>9</b>
<b>1. Линейные операции над векторами</b>	<b>13</b>
1.1. Векторные и скалярные величины . . . . .	13
1.2. Типы векторов и их взаимное расположение . . . . .	15
1.3. Линейные операции и их свойства . . . . .	18
1.4. Ортогональная проекция . . . . .	23
1.5. Линейная зависимость и независимость векторов . .	27
1.6. Базис . . . . .	33
1.7. Вычисления в координатах . . . . .	36
Вопросы и задачи . . . . .	41
<b>2. Произведения векторов</b>	<b>44</b>
2.1. Определители второго и третьего порядков . . . . .	44
2.2. Скалярное произведение . . . . .	49
2.3. Векторное произведение . . . . .	56
2.4. Смешанное произведение . . . . .	66
2.5. Приложения произведений векторов . . . . .	71
Д.2.1. Двойное векторное произведение . . . . .	73
Вопросы и задачи . . . . .	74
<b>3. Системы координат</b>	<b>78</b>
3.1. Декартова система координат . . . . .	78
3.2. Преобразование прямоугольных координат . . . . .	80
3.3. Простейшие задачи аналитической геометрии . . . . .	85
3.4. Вычисление площадей и объемов . . . . .	89
3.5. Кривые и поверхности . . . . .	91
3.6. Полярная система координат . . . . .	96
3.7. Цилиндрическая и сферическая системы координат .	98
Вопросы и задачи . . . . .	101

<b>4. Прямая на плоскости</b>	<b>104</b>
4.1. Алгебраические кривые первого порядка . . . . .	104
4.2. Специальные виды уравнения прямой . . . . .	107
4.3. Взаимное расположение двух прямых . . . . .	111
4.4. Расстояние от точки до прямой . . . . .	113
Вопросы и задачи . . . . .	117
<b>5. Прямая и плоскость в пространстве</b>	<b>119</b>
5.1. Алгебраические поверхности первого порядка . . . . .	119
5.2. Специальные виды уравнения плоскости . . . . .	122
5.3. Уравнения прямой в пространстве . . . . .	127
5.4. Взаимное расположение прямых и плоскостей . . . . .	135
5.5. Расстояние до плоскости и до прямой . . . . .	143
Д.5.1. Пучки и связи . . . . .	147
Вопросы и задачи . . . . .	153
<b>6. Матрицы и операции над ними</b>	<b>155</b>
6.1. Виды матриц . . . . .	155
6.2. Линейные операции над матрицами . . . . .	159
6.3. Транспонирование матриц . . . . .	162
6.4. Умножение матриц . . . . .	164
6.5. Блочные матрицы . . . . .	169
6.6. Прямая сумма матриц . . . . .	173
6.7. Линейная зависимость строк и столбцов . . . . .	174
6.8. Элементарные преобразования матриц . . . . .	176
Вопросы и задачи . . . . .	180
<b>7. Определители</b>	<b>183</b>
7.1. Определители $n$ -го порядка . . . . .	183
7.2. Свойства определителей . . . . .	188
7.3. Методы вычисления определителей . . . . .	206
Вопросы и задачи . . . . .	215
<b>8. Обратная матрица и ранг матрицы</b>	<b>217</b>
8.1. Обратная матрица и ее свойства . . . . .	217
8.2. Вычисление обратной матрицы . . . . .	220
8.3. Решение матричных уравнений . . . . .	222
8.4. Ранг матрицы . . . . .	225

8.5. Теорема о базисном миноре . . . . .	230
8.6. Вычисление ранга матрицы . . . . .	233
Вопросы и задачи . . . . .	239
<b>9. Системы линейных алгебраических уравнений</b>	<b>242</b>
9.1. Основные определения . . . . .	242
9.2. Формы записи СЛАУ . . . . .	244
9.3. Критерий совместности СЛАУ . . . . .	245
9.4. Формулы Крамера . . . . .	248
9.5. Однородные системы . . . . .	249
9.6. Неоднородные системы . . . . .	257
9.7. Как решать СЛАУ ? . . . . .	259
Д.9.1. СЛАУ с комплексными коэффициентами . . . . .	267
Вопросы и задачи . . . . .	268
<b>10. Численные методы решения СЛАУ</b>	<b>270</b>
10.1. Проблемы, связанные с вычислениями . . . . .	270
10.2. Прямые и итерационные методы решения СЛАУ . . . . .	272
10.3. Метод Гаусса . . . . .	273
10.4. Особенности метода Гаусса . . . . .	277
10.5. Метод прогонки . . . . .	284
Д.10.1. Мультипликативные разложения матриц . . . . .	287
Вопросы и задачи . . . . .	292
<b>11. Кривые второго порядка</b>	<b>294</b>
11.1. Эллипс . . . . .	294
11.2. Гипербола . . . . .	305
11.3. Парабола . . . . .	320
11.4. Неполные уравнения кривой второго порядка . . . . .	323
Д.11.1. Полярные уравнения . . . . .	335
Вопросы и задачи . . . . .	337
<b>12. Поверхности второго порядка</b>	<b>339</b>
12.1. Поверхность вращения и преобразование сжатия . . . . .	339
12.2. Эллипсоиды . . . . .	341
12.3. Гиперболоиды . . . . .	343
12.4. Эллиптические параболоиды . . . . .	345
12.5. Конусы . . . . .	346

---

12.6. Цилиндрические поверхности . . . . .	347
12.7. Метод сечений . . . . .	351
12.8. Неполные уравнения поверхности второго порядка . . . . .	355
Д.12.1. Конические и линейчатые поверхности . . . . .	363
Д.12.2. Конические сечения . . . . .	369
Вопросы и задачи . . . . .	373
<b>Список рекомендуемой литературы</b>	<b>375</b>
<b>Предметный указатель</b>	<b>377</b>