

**ШЕДЕВРЫ  
НАУЧНО-ПОПУЛЯРНОЙ  
ЛИТЕРАТУРЫ**

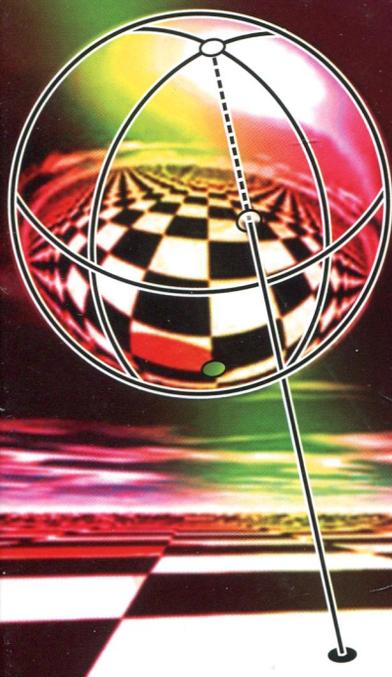
Выпуск • 87

**МАТЕМАТИКА**



**НАУКУ  
—  
ВСЕМ!**

МОСКВА



**О. Оре**

# **ГРАФЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ**



Oystein ORE  
**GRAPHS and THEIR USES**

**НОВОЕ ИЗДАНИЕ, исправленное  
и существенно дополненное**



НАУКУ — ВСЕМ!

Шедевры научно-популярной литературы (математика) • № 87

---

Oystein Ore  
GRAPHS AND THEIR USES

О. Оре

# ГРАФЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Перевод с английского  
Л. И. Головиной и В. А. Белавина  
с четвертого, исправленного  
и дополненного издания  
под редакцией Р. Уилсона



URSS  
МОСКВА

### Оре Ойстин

**Графы и их применение:** Пер. с англ. / Под ред. и с предисл. И. М. Яглома. Издание испр. и суц. доп. — М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2015. 208 с. (НАУКУ — ВСЕМ! Шедевры научно-популярной литературы (математика). № 87.)

Графы — сети линий, соединяющих заданные точки, — широко используются в разных разделах математики и в приложениях.

Автором настоящей книги является видный норвежский алгебраист Ойстин Оре. Для понимания книги вполне достаточны минимальные предварительные знания, практически не превышающие курса математики средней школы.

Как при изучении любой книги по математике, овладение новыми понятиями, конечно, потребует от читателя некоторых усилий и известной настойчивости. Однако это лишь доставит удовольствие истинному любителю математики.

В пятое издание книги добавлен новый материал, посвященный интервальным графам, задаче коммивояжера, стержневым системам, задаче поиска кратчайшего пути и раскраске карт на поверхностях. Рисунки в дополнительных параграфах, где содержится этот материал, имеют отдельную нумерацию.

Книга предназначена широкому кругу читателей, желающих ознакомиться с теорией графов, в том числе школьникам, учителям и руководителям математических кружков.

*All rights reserved. Authorized translation from the English language edition published by Rights, Inc.*

ООО «ЛЕНАНД», 117312, г. Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11 А, стр. 11. Формат 60×90/16. Печ. л. 13. Зак. № 5605.

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография». Филиал «Чеховский печатный двор». 142300, Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.

**ISBN 978-5-9710-1140-8**  
(ЛЕНАНД)

**ISBN 978-5-453-00072-2**  
(УРСС)

© The Mathematical  
Association of America, 1990

© УРСС, перевод  
на русский язык, 2014

14745 ID 185762



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

## Оглавление

Предисловие ко второму изданию . . . . .	5
Из предисловия к первому изданию . . . . .	7
Введение . . . . .	9
<b>ГЛАВА I. Что такое граф?</b> . . . . .	11
§ 1. Спортивные состязания . . . . .	11
§ 2. Нуль-граф и полный граф . . . . .	13
§ 3. Изоморфные графы . . . . .	15
§ 4. Плоские графы . . . . .	19
§ 5. Одна задача о плоских графах . . . . .	21
§ 6. Число ребер графа . . . . .	26
§ 7. Интервальные графы . . . . .	30
<b>ГЛАВА II. Связные графы</b> . . . . .	33
§ 1. Компоненты . . . . .	33
§ 2. Задача о кеннгсбергских мостах . . . . .	35
§ 3. Эйлеровы графы . . . . .	37
§ 4. Отыскание правильного пути . . . . .	41
§ 5. Гамильтоновы линии . . . . .	43
§ 6. Головоломки и графы . . . . .	46
<b>ГЛАВА III. Деревья</b> . . . . .	50
§ 1. Деревья и леса . . . . .	50
§ 2. Циклы и деревья . . . . .	52
§ 3. Задача о соединении городов . . . . .	55
§ 4. Снова к проблеме коммивояжера . . . . .	58
§ 5. Системы соединений . . . . .	60
§ 6. Улицы и площади . . . . .	64
<b>ГЛАВА IV. Установление соответствий</b> . . . . .	68
§ 1. Задача о назначении на должности . . . . .	68
§ 2. Другие формулировки . . . . .	72
§ 3. Круговые соответствия . . . . .	76
<b>ГЛАВА V. Ориентированные графы</b> . . . . .	81
§ 1. Снова спортивные состязания . . . . .	81
§ 2. Одностороннее движение . . . . .	83
§ 3. Степени вершин . . . . .	90
§ 4. Генеалогические графы . . . . .	92
§ 5. Поиск кратчайшего пути . . . . .	100
<b>ГЛАВА VI. Игры и головоломки</b> . . . . .	105
§ 1. Головоломки и ориентированные графы . . . . .	105
§ 2. Теория игр . . . . .	108
§ 3. Парадокс спортивных обозревателей . . . . .	116

<b>ГЛАВА VII. Отношения</b> . . . . .	122
§ 1. Отношения и графы . . . . .	122
§ 2. Специальные условия . . . . .	125
§ 3. Отношения эквивалентности . . . . .	130
§ 4. Частичная упорядоченность . . . . .	135
<b>ГЛАВА VIII. Плоские графы</b> . . . . .	141
§ 1. Условия для плоских графов . . . . .	141
§ 2. Формула Эйлера . . . . .	145
§ 3. Некоторые соотношения для графов. Двойственные графы . . . . .	149
§ 4. Правильные многогранники . . . . .	152
§ 5. Мозаики . . . . .	157
<b>ГЛАВА IX. Раскрашивание карт</b> . . . . .	160
§ 1. Проблема четырех красок . . . . .	160
§ 2. Теорема о пяти красках . . . . .	164
§ 3. Раскраска карт на других поверхностях . . . . .	170
<b>Решения упражнений</b> . . . . .	173
<b>Литература</b> . . . . .	183
<b>Словарь основных терминов, используемых в книге</b> . . . . .	184