

The background of the cover is a complex, abstract pattern of golden, liquid-like swirls and loops. The colors range from bright yellow to deep orange and red, with highlights and shadows that give a sense of depth and movement. The overall effect is reminiscent of a hot, flowing metal or a thick, golden liquid being poured and then swirling together.

**В. В. Прасолов  
О. В. Шварцман**

---

**АЗБУКА  
РИМАНОВЫХ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

В. В. Прасолов, О. В. Шварцман

# Азбука римановых поверхностей

Москва  
Издательство МЦНМО  
2014

УДК 512.772

ББК 22.147

П70

Авторы:

Прасолов Виктор Васильевич,  
профессор Независимого московского университета  
Шварцман Осип Владимирович,  
ординарный профессор факультета математики НИУ ВШЭ

**Прасолов В. В., Шварцман О. В.**

П70 Азбука римановых поверхностей. — М.: МЦНМО, 2014. — 148 с.

ISBN 978-5-4439-0188-6

Книга, адресованная студентам физико-математических специальностей, написана на основе лекций, прочитанных авторами в Независимом московском университете.

В первой части изложены основы теории алгебраических кривых, рассматриваемых как римановы поверхности. Здесь преобладают сравнительно элементарные алгебраические и геометрические методы. Обсуждаются связи алгебраических кривых с теорией Галуа. Впервые на русском языке приводятся теоремы Ритта о композициях многочленов и о коммутирующих многочленах.

Во второй части книги исходной является трактовка римановой поверхности как комплексного одномерного многообразия. Изложены теоремы о топологической, голоморфной и гиперболической униформизации, метод Пуанкаре построения непостоянных мероморфных функций, большая теорема Понселе.

Общие понятия и результаты иллюстрируются многочисленными примерами и задачами.

ББК 22.147

*Виктор Васильевич Прасолов  
Осип Владимирович Шварцман*

Азбука римановых поверхностей

Подписано к печати 27.11.2014 г. Формат 60 × 90/16. Печать офсетная.  
Объем 9,5 печ. л. Тираж 500 экз. Заказ № 432.

Отпечатано в ППП «Типография „Наука“».  
121099, Москва, Шубинский пер., 6.

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине  
«Математическая книга», Большой Власьевский пер., д. 11.  
Тел. (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mscme.ru

---

ISBN 978-5-4439-0188-6



9 785443 901886 >

© Прасолов В. В., Шварцман О. В., 2014.  
© МЦНМО, 2014.

## Содержание

Предисловие . . . . .	4
-----------------------	---

### Часть I. Римановы поверхности и алгебраические кривые

Лекция 1. Плоские алгебраические кривые . . . . .	7
Лекция 2. Рациональная параметризация кривой . . . . .	14
Лекция 3. Приложения теоремы Безу . . . . .	18
Лекция 4. Римановы поверхности и разветвленные накрытия . . . . .	22
Лекция 5. Овалы вещественных алгебраических кривых . . . . .	31
Лекция 6. Формулы Плюккера . . . . .	36
Лекция 7. Кривые в пространстве . . . . .	50
Лекция 8. Уравнения пятой степени и римановы поверхности . . . . .	54
Лекция 9. Группы монодромии и композиции многочленов . . . . .	62

### Дополнение

Лекция 11. Двойные разложения . . . . .	71
Лекция 12. Коммутирующие многочлены . . . . .	80

### Часть II. Комплексная структура и метрика

Лекция 1. Накрытия . . . . .	93
Лекция 2. Топологическая униформизация . . . . .	98
Лекция 3. Римановы поверхности . . . . .	103
Лекция 4. Голоморфная униформизация . . . . .	111
Лекция 5. Теория Галуа . . . . .	115
Лекция 6. Конструкция Пуанкаре . . . . .	118
Лекция 7. Дифференциалы . . . . .	122
Лекция 8. Гиперболические поверхности . . . . .	131
Лекция 9. Площадь и эйлерова характеристика . . . . .	137
Лекция 10. Большая теорема Понселе . . . . .	142
Литература . . . . .	145
Предметный указатель . . . . .	146